



**FRIEDRICH-SCHILLER-
UNIVERSITÄT
JENA**

Physikalisch-Astronomische-Fakultät

Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science (B.Sc.) Physik

Photon-Axion-Amplituden in starken Feldern

Vorgelegt von: Björn Borgolte

Erstgutachter: Prof. Dr. Holger Gies

Zweitgutachter: Dr. Felix Karbstein

Jena, den 25. Mai 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Grundlagen	5
2.1	Konventionen	5
2.2	Axion-Electrodynamics	5
2.3	Betrachteter Prozess und bekannte Lösungsansätze	6
3	Übergangsamplituden im Vakuumemissionsbild	8
3.1	Das Vakuumemissionsbild	8
3.2	Axion-zu-Photon Emissionsamplitude	9
3.3	Photon-zu-Axion Emissionsamplitude	11
4	Konversionswahrscheinlichkeiten und deren Deutung	13
4.1	Konversionswahrscheinlichkeit Photon zu Axion	13
4.2	Konversionswahrscheinlichkeit Axion zu Photon	14
4.3	Diskussion der Ergebnisse	16
5	Ausblick	19
6	Zusammenfassung	21
7	Literaturverzeichnis	22

1 Einleitung

Als Axion wird ein hypothetisches Teilchen bezeichnet, das ursprünglich zur Lösung des „Strong CP Problems“ eingeführt wurde. Dieses Problem tritt in der quantenfeldtheoretischen Beschreibung der starken Wechselwirkung, der Quantenchromodynamik (QCD), auf. Sie enthält keinen Mechanismus, der eine Symmetrie physikalischer Observablen unter gleichzeitiger Ladungsspiegelung und räumlicher Spiegelung vorhersagt, was *Charge Conjugation Parity Symmetry (CP-Symmetrie)* genannt wird. Bisher konnte eine Verletzung der CP-Symmetrie in der starken Wechselwirkung jedoch experimentell nicht nachgewiesen werden. Um diese Symmetrie in die QCD einzubringen, schlugen erstmals PECCEI und QUINN 1977 [1] ein neues bosonisches Feld vor, das mit gewissen Quarks wechselwirken konnte. Dieses ist als heute als Axionfeld bekannt. Das ursprüngliche Peccei-Quinn-Modell wurde bis heute zwar durch eine Vielzahl neuer Theorien abgelöst, das Axion allerdings ist weiterhin ein elementarer Bestandteil moderner Ansätze, die CP-Symmetrie zu erklären. 1983 fanden PRESKILL, WILCZEK und WISE [2], dass Axionen auch auf kosmologischen Skalen Auswirkungen haben, weswegen das Teilchen zu einem Kandidaten für dunkle Materie geworden ist.

Moderne Theorien beschreiben das Axion als massives, pseudobosonisches Elementarteilchen, welches der schwachen Wechselwirkung sowie der Gravitation unterliegt. Vorhergesagt wird, dass es eine äußerst kleine Masse besitzt und nur sehr schwach an beobachtbare Materie koppelt [3], was von der Erfolglosigkeit aller bisherigen Detektionsversuche unterstützt wird. Für die Suche nach Axionen ist besonders interessant, dass Axionfelder an Photonfelder koppeln und somit Korrekturen zu den Maxwellgleichungen beitragen. Experimente wie ALPS II „Licht-durch-Wand“ [4] und indirekt ADMX [5] zielen darauf ab, die Konversion von Axionen und Photonen ineinander zu beobachten, um ein derartiges Teilchen zu bestätigen. Außerdem ist es mit Hilfe der Konversionsrate möglich, genaue Aussagen zur Masse des Axions und zur Stärke der Kopplung zwischen Axion und Photon zu treffen.

In dieser Arbeit wird die Photon-Axion-Konversion als Vakuumemissionsprozess in starken Hintergrundfeldern im Rahmen einer Quantenfeldtheorie betrachtet. Auf diese Weise können die Umwandlungswahrscheinlichkeiten von Photonen in Axionen und umgekehrt in starken magnetischen Feldern bestimmt werden. Dies soll demonstrieren, dass das Vakuumemissionsbild eine geeignete Methode zur Betrachtung von Axionprozessen in der Quantenfeldtheorie ist. Anders als der Zugang über die Bewegungsgleichungen der Felder lässt sich diese Methode vergleichsweise einfach auf komplizierte Feldverteilungen wie in einem realen Laserexperiment anwenden.

2 Grundlagen

2.1 Konventionen

In dieser Arbeit werden folgende Konventionen verwendet:

1. Für die Minkowski-Metrik gilt $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$.
2. Für den total antisymmetrischen Tensor gilt $\epsilon^{0123} = 1$.
3. Es werden natürliche Einheiten, in denen $\hbar = c = 1$ gilt, verwendet. Zusätzlich soll für die Permittivität und die Permeabilität des Vakuums gelten $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$.
4. Die Normierung für einen Ein-Teilchen Zustand mit Impuls k eines Quantenfeldes beträgt $|k\rangle = a_k^\dagger |0\rangle$. Dabei ist $|0\rangle$ der Vakuumzustand der Axion-Electrodynamics und a_k^\dagger der zum Feld gehörige Erzeugungsoperator.
5. Es wird die Einstein'sche Summenkonvention für paarweise auftretende Indizes angenommen.
6. Axionen/Photonen wird das Formelzeichen ϕ/γ zugeordnet, Impulsen von Axionen/Photonen wird das Zeichen q/k zugeordnet.

2.2 Axion-Electrodynamics

Das Axion wird als elementare Anregung eines pseudoskalaren quantisierten Feldes ϕ verstanden, das mit gluonischen und photonischen Feldern wechselwirken kann [3]. Das Verhalten dieses Feldes in gluonischen Feldern ist im Folgenden nicht relevant, sodass das Axionfeld durch seinen skalaren Anteil und seine Kopplung an die Photonfelder der *Quantenelektrodynamik* (QED) beschrieben werden kann. Die resultierende Theorie wird *Axion-Electrodynamics* genannt, dessen Lagrangedichte \mathcal{L} zur ersten Ordnung in der Wechselwirkung

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 - \frac{1}{4}g\phi F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

beträgt [6]. Dabei bezeichnet $F_{\mu\nu}$ den elektromagnetischen (EM-) Feldstärketensor, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}F_{\alpha\beta}$ dessen Hodge-Dual, m_ϕ die Axionmasse, und g die Kopplungskonstante zwischen Axion und Photon. Es sei darauf hingewiesen, dass anstelle der Konstanten g häufig dessen Inverse M verwendet wird. Der erste Summand beschreibt das quantisierte Photonfeld in Abwesenheit von Fermionen, das aus dem 4-Eichpotential $A^\mu = (U, \vec{A})$ mit elektrischem Potential U und Vektorpotential \vec{A} konstruiert werden kann: $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Die mittleren Terme formen das Axionfeld: Ein reelles Klein-Gordon-Feld, das außerhalb des Massenterms keine Selbstinteraktion aufweist. Der letzte Term bildet die *Wechselwirkungs-Lagrangedichte* zwischen Axion und Photon, die den Kern der weiteren Untersuchungen bilden wird. Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass die auftretenden Produkte des Feldstärketensors zwei unter Lorentztransformation invariante (Pseudo-)skalare aus dem elektrischen Feld \vec{E} und dem magnetischen Feld \vec{B} bilden: $\mathcal{G} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = -\vec{E} \cdot \vec{B}$ und $\mathcal{F} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$. Somit ergibt sich die Wechselwirkungs-Lagrangedichte zu

$$\mathcal{L}_{\text{ww}} = -\frac{1}{4}g\phi F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = g\phi\vec{E} \cdot \vec{B}. \quad (2.2)$$

Weil die Kopplungskonstante g sehr klein sein muss [3], ist es ausreichend, die Wechselwirkungs-Lagrangedichte bis zur ersten Ordnung in g zu betrachten und Terme höherer Ordnungen zu vernachlässigen. Um seine ursprüngliche Funktion (Lösen des Strong CP Problems) zu erfüllen, muss ϕ ein pseudoskalarfeld sein [3], das unter Spiegelung von Ladung und Raumkoordinaten sein Vorzeichen ändert. Dieses Verhalten wird *CP-ungerade* genannt und verletzt in Isolation offensichtlich die CP-Symmetrie. Aus diesem Grund kann ausschließlich eine Wechselwirkung mit dem Pseudoskalar \mathcal{G} vorliegen, denn auch dieser ist CP-ungerade, sodass ihr Produkt wieder CP-gerade ist. Da die Lorentzinvariante \mathcal{F} ein CP-gerader Skalar ist, kann sie in erster Ordnung von g nicht zur Wechselwirkung beitragen.

2.3 Betrachteter Prozess und bekannte Lösungsansätze

Ein Wechselwirkungsterm wie \mathcal{L}_{ww} erlaubt in Quantenfeldtheorien ein wechselseitiges Anregen der Felder, selbst wenn eines der Felder in Ruhe (d.h. im Grundzustand) ist. Dies ist u.A. durch Umwandlung eines Teilchens in ein andersartiges Teilchen zu beobachten. Im vorliegenden Fall wird also unter passenden Bedingungen ein Axion spontan in ein Photon konvertiert, oder anders gesagt ein Axionfeld regt das elektromagnetische Feld an und andersherum. Dies ist zum Beispiel mit Hilfe des *Licht-durch-Wand Experimentes* überprüfbar, das momentan in Form des ALPS II [4] realisiert wird. An dieser Stelle muss beachtet werden, dass ein Axion stets an zwei Photonen koppelt, sodass es sich im Folgenden eigentlich um *Axion-2Photon*-Prozesse handelt, was an dem Skalarprodukt zweier EM-Felder in (2.2) zu erkennen ist. Das zweite Photon in folgendem Experiment trägt das externe Magnetfeld. Dies ist nun implizit verstanden und es werden weiterhin Bezeichnungen der Form *Photon-Axion*-Prozesse verwendet.

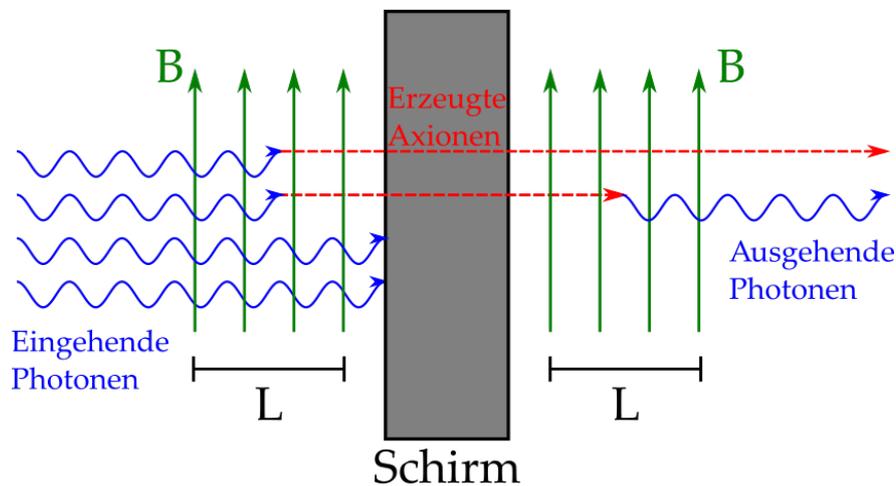


Abbildung 2.1: Das Licht-durch-Wand Experiment ist schematisch dargestellt.

Photonen werden in ein konstantes Magnetfeld der Länge L senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung geschickt. Dort konvertieren einige wenige Photonen in Axionen, die daraufhin eine lichtundurchlässige Barriere durchqueren. Dahinter werden sie in einem zweiten B -Feld wieder in detektierbare Photonen konvertiert.

Abbildung 2.1 stellt dieses Experiment schematisch dar. Photonen in Form einer

ebenen elektromagnetischen Welle

$$\vec{E} = \vec{e}_0 \cdot e^{-ik_\mu x^\mu} = \vec{e}_0 \cdot e^{-ikx} \quad (2.3)$$

$$k^\mu = (E_\gamma, k_1, k_2, k_3) = (E_\gamma, \vec{k}) \quad (2.4)$$

werden in ein starkes, konstantes und homogenes Magnetfeld B der Länge L eingestrahlt. Dabei ist k der übliche 4-Impuls eines Photons der Energie E_γ . Die magnetische Komponente dieser Welle kann vernachlässigt werden, solange kein externes elektrisches Feld vorliegt, da nur das Skalarprodukt $\vec{E} \cdot \vec{B}$ zur Wechselwirkung (2.2) beiträgt. Wenn das elektrische Feld der eingehenden Photonen eine Komponente in Richtung des Magnetfeldes hat, wird es das Axionfeld zu einer ebenfalls ebenen Welle der Form

$$\phi = \Phi_0 \cdot e^{-i\vec{q}x} \quad (2.5)$$

$$\vec{q}^\mu = (E_\phi, \bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3) = \left(\sqrt{m_\phi^2 + \vec{q}^2}, \vec{q} \right) \quad (2.6)$$

anregen. \vec{q} ist hier der 4-Wellenvektor des massiven Axions mit Impuls \vec{q} und Energie E_ϕ . Die nur schwach wechselwirkenden Axionen können nun durch einen soliden Schirm propagieren, den die Photonen nicht durchqueren können. Auf der anderen Seite des Schirmes werden einige Axionen auf dieselbe Weise wieder in Photonen konvertiert, die auf einen Photodetektor treffen. Es ist dabei infolge der CP-Symmetrie zu erwarten, dass sich die Konversionswahrscheinlichkeiten eines Photons in ein Axion $P_{\gamma \rightarrow \phi}$ und eines Axions in ein Photon $P_{\phi \rightarrow \gamma}$ gleichen. Die CP-Symmetrie in Abwesenheit von Ladungen entspricht einer räumlichen Spiegelung, was in der Minkowski-Raumzeit gleichbedeutend mit einer zeitlichen Spiegelung ist. Die Umwandlung eines Photons in ein Axion kann ebenfalls als zeitliche Umkehr des Prozesses Axion \rightarrow Photon verstanden werden, sodass die beiden Prozesse nun infolge der CP-Symmetrie von Gl. (2.2) symmetrisch sein müssen.

Die Konversionswahrscheinlichkeiten können über mehrere Ansätze hergeleitet werden, die in erster Ordnung übereinstimmen [7]. Eine typische Berechnung mittels Quantenfeldtheorie geschieht über die S-Matrix, die aus Feynman-Diagrammen berechnet werden kann. Der Spezialfall der ebenen Wellen wird elegant in [8] behandelt, ansonsten sind Berechnungen auf dieser Basis in der Regel schwierig und rechenaufwändig. Hier ist es außerdem möglich, direkt die aus Gl. (2.1) resultierenden Bewegungsgleichungen zu lösen. Dies wird im Folgenden als *klassische Rechnung* bezeichnet, da sie keine quantisierten Felder benötigt [6],[7],[9]. Dabei wird angenommen, dass das ausgehende Feld eine ebene Welle mit derselben Propagationsrichtung ist. Dieser Ansatz ist kaum für analytische Berechnungen allgemeiner Konfigurationen geeignet, da es sich um partielle und verschränkte Differentialgleichungen handelt. Zu Ordnungen $\{m_\phi^4, g^2\}$ ergeben sich mit $\bar{q} := |\vec{q}|$ und $E := E_\gamma = E_\phi$ in beiden Fällen die Konversionswahrscheinlichkeiten

$$P_{\gamma \rightarrow \phi} = P_{\phi \rightarrow \gamma} = \frac{E}{4\bar{q}} (gB_0)^2 \frac{4}{(E - \bar{q})^2} \sin^2 \left(\frac{(E - \bar{q})L}{2} \right). \quad (2.7)$$

Um diese Form in der klassischen Rechnung zu erreichen, müssen an mehreren Stellen die Näherungen $gB \rightarrow 0$ und $m_\phi \rightarrow 0$ verwendet werden [9], die für den QFT-Ansatz nicht benötigt werden. In Abschnitt 4.3 wird auf weitere Probleme dieses Ansatzes eingegangen.

3 Übergangsamplituden im Vakuumemissionsbild

Die Grundlage des Ansatzes in dieser Arbeit bildet das *Vakuumemissionsbild* in starken Feldern nach [10]. Anstelle eines Konversionsprozesses z.B. eines Axions in zwei Photonen tritt nun eine spontane Anregung des Vakuums in Photonen. Dabei wird das ursprüngliche Axionfeld als ein starkes, externes Hintergrundfeld verstanden.

3.1 Das Vakuumemissionsbild

In diesem Unterkapitel wird die Formulierung dieser Idee, angepasst auf die Axion-Electrodynamics, nach [10] anhand der Emission eines Photons dargestellt. Im Fall der Emission eines Axions sind die Schritte analog unter Vertauschung von ϕ und $F^{\mu\nu}$ durchzuführen. Die *Vakuumemissionsamplitude* eines Photons mit Impuls \vec{k} kann geschrieben werden als

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = \langle \gamma_p(\vec{k}) | \int d^4x \mathcal{L}(x) | 0 \rangle, \quad (3.1)$$

mit dem Ein-Photon-Zustand $\langle \gamma_p(\vec{k}) |$, dem Vakuumzustand $|0\rangle$ und einer beliebigen Lagrangedichte \mathcal{L} . Dabei bezeichnet der Index p die Polarisation des Photons. Nun wird das elektromagnetische Feld in ein externes Hintergrundfeld und den Feldstärketensor des emittierten Photons $f^{\mu\nu}$ separiert: $F^{\mu\nu}(x) \rightarrow F^{\mu\nu}(x) + f^{\mu\nu}(x)$. Diese Separation bildet die Grundlage zur Interpretation als *Vakuum-Prozess*. Das externe Hintergrundfeld wird nicht mehr als dynamische Teilchendichte interpretiert, sondern als Quellterm für spontane Teilchenerzeugung. Die Bezeichnung „extern“ bedeutet, dass dieses Feld nicht dynamisch ist, d.h. nicht durch die stattfindende Wechselwirkung verändert wird. Das ausgehende Photon muss als einzelnes, dynamisches Teilchen gesondert betrachtet werden, da es das Vakuum „zerstört“, weswegen es im Vorfeld durch diese Separation abgespalten wird. Die Lagrangedichte kann nun nach dem neuen Feldstärketensor entwickelt werden, sodass in führender Ordnung ein linearer Ausdruck in $f^{\mu\nu}$ steht. Terme höherer Ordnungen in $f^{\mu\nu}$ entsprechen mehreren interagierenden Photonen, die im betrachteten Prozess vernachlässigt werden:

$$\mathcal{L} = f^{\mu\nu}(x) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F^{\mu\nu}}(x) + \mathcal{O}((f^{\mu\nu})^2). \quad (3.2)$$

Eine wichtige Einschränkung dieser Entwicklung ist, dass der elektromagnetische Teil der Lagrangedichte tatsächlich eine Näherung ist, die zusätzlichen Korrekturen für nicht konstante Felder unterliegt [11]. Für *lokal konstante* EM-Felder ist diese Näherung gerechtfertigt [12]. Die typischen Variationsskalen eines lokal konstanten EM-Feldes sollen viel größer als die Comptonwellenlänge (bzw. -Zeit) des Elektrons sein, was bei typischen Feldkonfigurationen im Labor der Fall ist [12]. In dem hier betrachteten Modell der Axion-Electrodynamics koppeln die Axionen zwar nicht an mögliche Korrekturen der QED, aber eine Einschränkung auf lokal konstante EM-Felder würde es erlauben, Kopplungen an Terme solcher Korrekturen zu behandeln.

Mithilfe der Fourierdarstellung von $f^{\mu\nu}(x)$ leiten KARBSTEIN und SHAISULTANOV [10] durch Einsetzen in Gl. (3.1) die Emissionsamplitude her:

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = \langle \gamma_p(\vec{k}) | \int d^4x f^{\mu\nu}(x) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F^{\mu\nu}}(x) | 0 \rangle \quad (3.3)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2E_\gamma}} \hat{f}_p^{\mu\nu}(\vec{k}) \int d^4x e^{ikx} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F^{\mu\nu}}(x). \quad (3.4)$$

$\hat{f}_p^{\mu\nu}(k)$ bezeichnet den Ein-Photon-Feldstärketensor im Impulsraum und $E_\gamma = k^0$ seine Energie. Reale Photonen werden on-shell genannt und müssen die Energie-Impuls-Beziehung $E_\gamma = |\vec{k}|$ erfüllen. Anhand der ersten Gleichung (3.3) kann die Interpretation des Vakuumemissionsbilds erklärt werden: Von rechts nach links gelesen wird das Vakuum $|0\rangle$ von einem starken Hintergrundfeld $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial F^{\mu\nu}}$ zu einem einzelnen Photon $\langle\gamma| f^{\mu\nu}$ angeregt. Um die Polarisation des Photons zu beschreiben, wird zunächst dessen Einheitswellenvektor in sphärischen Koordinaten ausgedrückt: $\hat{k} = (\cos\varphi \sin\theta, \sin\varphi \sin\theta, \cos\theta)$. Die Amplituden des EM-Feldes des Photons können nur senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung stehen. Dies wird durch zwei linear unabhängige Polarisationsvektoren $\vec{t}_{1,\chi}$ und $\vec{t}_{2,\chi} = \vec{t}_{1,\chi+\pi/2}$ gewährleistet, die die Tangentialebene der durch \hat{k} definierten Kugelschale, und damit die linearen Polarisationsmoden des Photons, aufspannen. Dabei wird der Polarisationswinkel χ des Photons eingeführt, der die Lage der Feldamplituden in dieser Ebene bestimmt:

$$\vec{t}_{1,\chi} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \cos\theta \cos\chi - \sin\varphi \cos\chi \\ \sin\varphi \cos\theta \cos\chi + \cos\varphi \sin\chi \\ -\sin\theta \cos\chi \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Mithilfe der 4-Polarisationsvektoren $\epsilon_p^\mu(\hat{k}) := (0, \vec{t}_{p,\chi})$ kann der Ein-Photon-Feldstärketensor geschrieben werden als $\hat{f}_p^{\mu\nu}(k) = k^\mu \epsilon_p^{*\nu}(\hat{k}) - k^\nu \epsilon_p^{*\mu}(\hat{k})$. In der Tabelle 3.1 sind die in Gl. (3.4) vorkommenden Tensoren explizit angegeben. Wegen der Antisymmetrie des Feldstärketensors genügt es, sechs unabhängige Einträge zu bestimmen.

$\mu\nu$	$\hat{f}_1^{\mu\nu}(k)$	$F_{\mu\nu}$	$\tilde{F}_{\mu\nu}$
10	$E_\gamma(\sin\varphi \sin\chi - \cos\varphi \cos\theta \cos\chi)$	E_1	B_1
20	$-E_\gamma(\sin\varphi \cos\theta \cos\chi + \cos\varphi \sin\chi)$	E_2	B_2
30	$E_\gamma \sin\theta \cos\chi$	E_3	B_3
12	$E_\gamma \sin\theta \sin\chi$	B_3	$-E_3$
13	$-E_\gamma(\cos\varphi \cos\chi - \cos\theta \sin\varphi \sin\chi)$	$-B_2$	E_2
23	$-E_\gamma(\sin\varphi \cos\chi + \cos\theta \cos\varphi \sin\chi)$	B_1	$-E_1$

Tabelle 3.1: Komponenten der Feldstärketensoren nach [12]. E_γ ist die Energie des Photons; E_i bzw. B_i sind die Komponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes.

Über Gl. (3.4) können Photonemissionsamplituden für allgemeine Lagrangedichten ausgerechnet werden, die mit der Näherung des lokal konstanten EM-Feldes konsistent sind. Wird die Lagrangedichte nach dem Axionfeld entwickelt, kann analog ein Integral für die Vakuumemissionsamplitude des Axions in geeignetem Hintergrundfeld hergeleitet werden. Das wird im Abschnitt 3.3 aufgegriffen.

3.2 Axion-zu-Photon Emissionsamplitude

Zunächst wird die Vakuumemissionsamplitude eines Photons in Anwesenheit eines externen Magnetfeldes und einer eingehenden Axionwelle bestimmt, indem die Wechselwirkungs-Lagrangedichte (2.2) in den Ansatz (3.4) eingesetzt wird. Mit der Ableitung $\frac{\partial}{\partial F^{\mu\nu}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = 2\tilde{F}^{\mu\nu}$ ergibt sich

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = \frac{-i}{\sqrt{2E_\gamma}} \hat{f}_p^{\mu\nu}(k) \int d^4x e^{ikx} \frac{g}{2} \phi(x) \tilde{F}_{\mu\nu}(x). \quad (3.6)$$

Das konstante Magnetfeld soll sich über die Länge L entlang der $x^3 = z$ -Achse ausdehnen und in die $x^1 = x$ -Richtung zeigen. Aus Tabelle 3.1 ist abzulesen, dass nur \tilde{F}_{10} (und die dazu antisymmetrische 01-Komponente) nicht verschwindet. Die eingehenden Axionen sollen durch eine ebene Welle in z -Richtung mit Impuls $q = (E_\phi, 0, 0, q^3)$ und Amplitude Φ_0 beschrieben werden. Als reale Teilchen, die extern zugeführt werden, sind sie on-shell, sodass der Betrag des Impulses über die relativistische Energie-Masse Beziehung festgelegt wird: $E_\phi^2 = m_\phi^2 + (q^3)^2$. Die Hintergrundfelder bilden also:

$$\tilde{F}_{10} = B_1(z) = B \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq L \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\phi = \Phi_0 e^{-iqx}. \quad (3.8)$$

Die 10-Komponente des Ein-Photon-Feldstärketensors kann geschrieben werden als $\hat{f}_1^{10}(k) = E_\gamma \sigma_1 := E_\gamma (\sin \varphi \sin \chi - \cos \varphi \cos \theta \cos \chi)$, wobei $p = 2$ durch den Übergang $\chi \rightarrow \chi + \frac{\pi}{2}$ konstruiert werden kann. Der Beitrag der 01-Komponenten ist wegen der Antisymmetrie der Feldstärketensoren, die nur paarweise auftreten, identisch zu dem 10-Beitrag und gibt einen weiteren Faktor 2:

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = -i \sqrt{\frac{E_\gamma}{2}} \sigma_p \Phi_0 g \int d^4x e^{ikx} e^{-iqx} B_1(z). \quad (3.9)$$

Mithilfe der Integraldarstellung der Delta-Distribution $\delta(x - y) = \frac{1}{2\pi} \int ds e^{i(x-y)s}$ und der Eigenschaft, dass $B(z) \neq 0$ nur für $0 < z < L$ gilt, folgt:

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = -i(2\pi)^3 \sqrt{\frac{E_\gamma}{2}} \sigma_p \Phi_0 g B \delta(E_\phi - E_\gamma) \delta(k^1) \delta(k^2) \int_0^L dz e^{i(k^3 - q^3)z} \quad (3.10)$$

$$= -(2\pi)^3 \sqrt{\frac{E_\gamma}{2}} \sigma_p \Phi_0 g B \delta(E_\phi - E_\gamma) \delta(k^1) \delta(k^2) \frac{e^{i(k^3 - q^3)L} - 1}{k^3 - q^3}. \quad (3.11)$$

Für die Überführung in eine Wahrscheinlichkeit ist das Betragsquadrat der Emissionsamplitude notwendig. Um die darin vorkommenden Quadrate von Deltadistributionen zu verarbeiten, muss Fermi's Goldene Regel verwendet werden [13]:

$$(2\pi\delta(E))^2 = 2\pi\delta(E) \cdot V_T. \quad (3.12)$$

Das (unendlich Große) Volumen V_T bezeichnet dabei die Dauer, über die die Interaktion läuft. Für die impulsartigen Deltadistributionen beschreibt ein Faktor V_A analog den unendlich großen Querschnitt der Interaktion. Da in den Anfangsbedingungen keine Grenzen für die x - und y -Richtungen oder für die Zeit gesetzt wurden, bezeichnet deren Produkt das Raumzeitvolumen in $(2 + 1)$ Dimensionen. Streng genommen muss der Grenzübergang $V \rightarrow \infty$ über die weiteren Schritte mitgenommen werden, sodass diese Volumen als Abkürzungen der Limites zu verstehen sind. Damit folgt:

$$\left| \mathcal{S}_p(\vec{k}) \right|^2 = (2\pi)^3 \frac{V_A V_T \sigma_p^2}{2} (gB\Phi_0)^2 \delta(E_\phi - E_\gamma) \delta(k^1) \delta(k^2) E_\gamma \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(k^3 - q^3)L}{2} \right)}{(k^3 - q^3)^2}. \quad (3.13)$$

Diese Gleichung enthält nötigerweise die Energieerhaltung in Form der ersten Deltadistribution. Die beiden verbleibenden Deltadistributionen zeigen, dass das ausgehende

Photon dieselbe Ausbreitungsrichtung wie die eingehende Axionwelle haben muss. Eine Folge der Energieerhaltung ist, dass das masselose Photon nicht den gesamten Impuls des massiven Axions aufnehmen kann. Der verbleibende Impuls des Axions wird an das zweite Photon in Form des Magnetfeldes übertragen. Dadurch, dass nur die k^3 -Komponente übrig bleibt, kann außerdem der Polarisationsfaktor ausgewertet werden:

$$\vec{k} = (0, 0, k^3) \implies \cos \theta = 1, \quad \text{wähle } \sin \varphi = 0 \quad (3.14)$$

$$\implies \sigma_1 = -\cos \chi \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \sin \chi. \quad (3.15)$$

Über den Vergleich dieses Faktors mit dem Skalarprodukt $-\vec{E} \cdot \vec{B}$, der implizit im Ausdruck $\hat{f}^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}$ steht, kann der Winkel χ für $p = 1$ als der Winkel zwischen dem externen Magnetfeld und dem elektrischen Feld des Photons identifiziert werden. Die Konversion ist also am wahrscheinlichsten, wenn das Photon in die Richtung des Magnetfeldes linear polarisiert ist, was der Erwartung nach Gl. (2.2) entspricht. Dies bedeutet auch, dass nur Photonen mit einem elektrischen Feldanteil parallel zum Magnetfeld in einer Konversion erzeugt werden können. Die nötigen Schritte zur Umrechnung dieser Größe in eine Wahrscheinlichkeit sind nicht trivial und benötigen den umgekehrten Prozess.

3.3 Photon-zu-Axion Emissionsamplitude

Als nächstes wird die Vakuumemissionsamplitude eines Axions mit Impuls \vec{q} im Hintergrund aus starkem Magnetfeld und Photonwelle berechnet. Die Ausgangssituation bildet die Entwicklung nach ϕ analog zu Gl. (3.3)

$$\mathcal{S}(\vec{q}) = \langle \phi_q | \int d^4x \varphi(x) \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ww}}}{\partial \phi}(x) | 0 \rangle \quad (3.16)$$

mit dem Ein-Axion-Zustand $|\phi_q\rangle$ und dem (Ein-Axion)-Feldoperator in Ortsdarstellung

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3\tilde{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\tilde{E}_\phi}} \left(a_{\tilde{q}} e^{-i\tilde{q}x} + a_{\tilde{q}}^\dagger e^{i\tilde{q}x} \right). \quad (3.17)$$

Die Operatoren $a_{\tilde{q}}$ und $a_{\tilde{q}}^\dagger$ bilden die Leiteroperatoren des Axionfeldes. Das gibt den Vakuum-Erwartungswert

$$\mathcal{S}(\vec{q}) = \langle 0 | a_{\vec{q}} \int d^4x \varphi(x) \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ww}}}{\partial \phi}(x) | 0 \rangle \quad (3.18)$$

$$= \langle 0 | \int d^4x \int \frac{d^3\tilde{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\tilde{E}_\phi}} \left[a_{\vec{q}} a_{\tilde{q}} e^{-i\tilde{q}x} + a_{\vec{q}} a_{\tilde{q}}^\dagger e^{i\tilde{q}x} \right] \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ww}}}{\partial \phi}(x) | 0 \rangle. \quad (3.19)$$

Der erste Summand verschwindet wegen $a_{\tilde{q}}|0\rangle = 0$. Für den zweiten Summanden folgt mit der Normierung $\langle 0|0\rangle = 1$ und dem Kommutator der Leiteroperatoren [14]

$$a_{\vec{q}} a_{\tilde{q}}^\dagger = a_{\tilde{q}}^\dagger a_{\vec{q}} + [a_{\vec{q}}, a_{\tilde{q}}^\dagger] \quad (3.20)$$

$$= a_{\tilde{q}}^\dagger a_{\vec{q}} + (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{q} - \tilde{q}) \quad (3.21)$$

$$\implies \langle 0 | a_{\vec{q}} a_{\tilde{q}}^\dagger | 0 \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{q} - \tilde{q}). \quad (3.22)$$

Die Deltadistribution trivialisiert das Impulsintegral und es bleibt

$$\mathcal{S}(\vec{q}) = \frac{1}{\sqrt{2E_\phi}} \int d^4x e^{iqx} \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ww}}}{\partial \phi}(x) \quad (3.23)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2E_\phi}} \int d^4x e^{iqx} g \vec{E} \cdot \vec{B}(\vec{x}). \quad (3.24)$$

Die Komponente $q^0 = E_\phi$ ist für on-shell Axionen durch die Energie-Impuls Beziehung von massiven Teilchen festgelegt, weswegen sie in Folge der Integration über die Impulse mit einer Tilde ebenfalls ihre Tilde verliert. Die Hintergrundfelder bilden das starke Magnetfeld (3.7) und eine ebene elektromagnetische Welle in z -Richtung (also ein Photonfeld) mit Impuls $k = (E_\gamma, 0, 0, k^3)$:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \vec{e}_0 e^{-ikx} \quad (3.25)$$

$$\implies \vec{E} \cdot \vec{B}(\vec{x}) = \begin{cases} e_0 B \cdot \cos \chi e^{-ikx}, & 0 < z < L \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.26)$$

mit $e_0 \equiv |\vec{e}_0|$. Hier tritt der Winkel zwischen \vec{E} -Feld und \vec{B} -Feld auf, der in der untersuchten Geometrie mit dem Winkel χ in σ_p in Gl. (3.13) übereinstimmt. Als reale Teilchen unterliegen die Photonen der Energie-Impuls-Beziehung $E_\gamma = |\vec{k}|$. Also:

$$\mathcal{S}(\vec{q}) = \frac{1}{\sqrt{2E_\phi}} \cos \chi e_0 g B \int d^4x e^{iqx} e^{-ikx}. \quad (3.27)$$

Um auf die bekannte Form des Axion→Photon-Prozesses (3.9) zu kommen, muss das elektrische Feld in das Eichpotential A umgeschrieben werden. In Weyl-Eichung $A^0 = U = 0$ gilt $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ und damit für die ebene Welle $e_0 = -E_\gamma a_0$, da auch das Eichpotential eine ebene Welle der Form $\vec{a}_0 e^{ikx}$ sein muss. Dieser Schritt dient nur zum direkten Vergleich mit der Amplitude (3.13), sodass die Einschränkungen der Weyl-Eichung [15] nicht beachtet werden müssen - alle weiteren Schritte können ohne diese Umrechnung gemacht werden. Das auftretende Integral ist bis auf ein Minuszeichen im Exponenten identisch zu dem Integral in (3.9), sodass es analog ausgewertet werden kann. Für das Betragsquadrat der Amplitude gilt dann unter Verwendung von $\frac{E_\gamma^2}{E_\phi} = E = E_\phi$:

$$|\mathcal{S}(\vec{q})|^2 = (2\pi)^3 \frac{V_A V_T \cos^2 \chi}{2} (g B a_0)^2 \delta(E_\gamma - E_\phi) \delta(q^1) \delta(q^2) E_\phi \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(q^3 - k^3)L}{2} \right)}{(q^3 - k^3)^2}. \quad (3.28)$$

Bis auf die Amplituden des jeweiligen eingehenden Feldes entsprechen sich die Emissionsamplituden der Prozesse. Insbesondere gleichen sich in beiden Fällen die Energien des ausgehenden und des eingehenden Teilchens, sodass wie im bekannten Ergebnis von einer einzigen Energie $E = E_\gamma = E_\phi$ gesprochen werden kann. Naiv ist dies infolge der geforderten CP-Symmetrie erwarten, in der weiteren Rechnung hin zu Wahrscheinlichkeiten wird sich allerdings zeigen, dass diese Annahme selbst von Interesse ist.

4 Konversionswahrscheinlichkeiten und deren Deutung

Um die Konversionswahrscheinlichkeiten zu konstruieren, muss die absolute Teilchenzahl der erzeugten Welle berechnet werden. Die ausgehende Teilchenzahl bildet sich aus der Emissionsamplitude eines Teilchens mit Impuls \vec{p} wie folgt [10]:

$$N_{\text{aus}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p |\mathcal{S}(\vec{p})|^2. \quad (4.1)$$

Durch Normieren auf die eingehende Teilchenzahl des Hintergrundfeldes wird daraus die Konversionswahrscheinlichkeit gebildet:

$$P_{\text{ein} \rightarrow \text{aus}} = \frac{N_{\text{aus}}}{N_{\text{ein}}}. \quad (4.2)$$

4.1 Konversionswahrscheinlichkeit Photon zu Axion

Anders als in Kapitel 3 wird zuerst der Prozess Photon \rightarrow Axion behandelt. Der Grund dafür wird im nächsten Abschnitt klar. Einsetzen von Gl. (3.28) in Gl. (4.1) ergibt:

$$N_{\text{aus}}^\phi = \frac{V_A V_T \cos^2 \chi}{2} (g B a_0)^2 \int d^3q \delta(E_\gamma - E_\phi) \delta(q^1) \delta(q^2) E_\gamma \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(q^3 - k^3)L}{2} \right)}{(q^3 - k^3)^2}. \quad (4.3)$$

Nun wird die Energie-Impuls-Beziehung für massive Teilchen $E_\phi^2 = (q^3)^2 + m_\phi^2$ verwendet. Damit kann die energieerhaltende Deltadistribution umgeschrieben werden:

$$\delta(E_\gamma - E_\phi) = \delta\left(\sqrt{(q^3)^2 + m_\phi^2} - E_\gamma\right). \quad (4.4)$$

Aus der Eigenschaft der Deltadistribution $\delta(f(x)) = \sum_{x_0} \frac{1}{|f'(x_0)|} \delta(x - x_0)$ mit den Nullstellen x_0 einer Funktion f folgt:

$$\begin{aligned} \delta\left(\sqrt{(q^3)^2 + m_\phi^2} - E_\gamma\right) &= \left| \frac{\sqrt{(q^3)^2 + m_\phi^2}}{q^3} \right|_{q^3 = \sqrt{E_\gamma^2 - m_\phi^2}} \delta\left(q^3 - \sqrt{E_\gamma^2 - m_\phi^2}\right) + \\ &+ \left| \frac{\sqrt{(q^3)^2 + m_\phi^2}}{q^3} \right|_{q^3 = -\sqrt{E_\gamma^2 - m_\phi^2}} \delta\left(q^3 + \sqrt{E_\gamma^2 - m_\phi^2}\right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Mit der Abkürzung $\bar{q}^2 = \sqrt{E_\gamma^2 - m_\phi^2}$ für den on-shell Impuls bleibt

$$\delta(E_\gamma - E_\phi) = \frac{E_\gamma}{\bar{q}} \left(\delta(q^3 - \bar{q}) + \delta(q^3 + \bar{q}) \right). \quad (4.6)$$

Diese Distributionen stellen sicher, dass die ausgehenden Axion ebenfalls on-shell sind. Interessant ist insbesondere der zweite Term, in dem der Impuls des Axions entgegen dem Impuls des eingehenden Photons gerichtet ist. Dies wird in Abschnitt 4.3 aufgegriffen. Die Integrale in Gl. (4.3) können nun unter Verwendung der Energieerhaltung ($E = E_\gamma = E_\phi$) und $|k^3| = E_\gamma$ mit den Deltadistributionen einfach ausgeführt werden:

$$N_{\text{aus}}^\phi = \sum_{\pm} \frac{V_A V_T \cos^2 \chi}{2} (g B a_0)^2 \frac{E^2}{\bar{q}} \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E \pm \bar{q})L}{2} \right)}{(E \pm \bar{q})^2}. \quad (4.7)$$

wobei die Summe über einen Summanden mit $+$ in den \pm -Termen und einen Summanden mit $-$ zu verstehen ist.

Die eingehende Teilchenzahl der Photonen lässt sich aus dem elektrischen Feld berechnen

$$a_0 = \frac{e_0}{E} = \frac{\sqrt{2I}}{2E} = \frac{\sqrt{2JE}}{2E} = \sqrt{\frac{N_{\text{ein}}^\gamma}{2E \cdot V_A V_T}} \implies N_{\text{ein}}^\gamma = 2a_0^2 E \cdot V_A V_T, \quad (4.8)$$

wobei die Intensität einer ebenen elektromagnetischen Welle $I = \frac{1}{2}e_0^2$ und der Teilchenstrom $J = N_{\text{ein}}^\gamma / (\text{Fläche} \cdot \text{Zeit})$ verwendet wurde. Dabei sind die Fläche und die Zeit, über die sich der Prozess erstreckt, wieder das unendliche Raumzeitvolumen $V_A V_T$. Außerdem wurde die alternative Definition der Intensität über die Energiedichte ω und die mittlere Teilchengeschwindigkeit \vec{v} verwendet:

$$I = \omega \cdot |\vec{v}| = \rho E \cdot \frac{J}{\rho} = E \cdot J. \quad (4.9)$$

Darin tritt die Teilchendichte ρ auf, die implizit die Annahme erfordert, dass die gesamte Energie über Photonen mit konstanter und gleicher Energie E übertragen wird. Im Zuge der QFT ist dies für eine monochromatische Welle im Vakuum der Fall, da es keine weiteren Moden der Energieübertragung geben kann. Ein zusätzlicher Faktor $\frac{1}{2}$ tritt im ersten Schritt der Gln. (4.8) auf, da die Formel $I = \frac{1}{2}e_0^2$ für eine ebene Welle der Form $\vec{E} = \vec{e}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)$ gilt. Der Ansatz (3.25) verwendet die komplexe Schreibweise der ebenen Welle mit $\vec{e}_0 \cos(kx) = \frac{\vec{e}_0}{2} (e^{ikx} + e^{-ikx})$. Um die Intensität für die Exponentialdarstellung zu erhalten, muss also die doppelte Amplitude verwendet werden: $I = \frac{1}{2}(2e_0)^2$.¹

Schlussendlich ergibt sich die Photon \rightarrow Axion Konversionswahrscheinlichkeit im starken Magnetfeld B also zu

$$P_{\gamma \rightarrow \phi} = \frac{N_{\text{aus}}^\phi}{N_{\text{ein}}^\gamma} = \sum_{\pm} \frac{\cos^2 \chi}{4} \frac{E}{\bar{q}} (gB)^2 \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E \pm \bar{q})L}{2} \right)}{(E \pm \bar{q})^2}. \quad (4.10)$$

Der „-“-Summand stimmt bis auf den zusätzlichen Polarisationsfaktor $\cos^2 \chi$, der in der Geometrie $\vec{B} \parallel \vec{E}$ gleich Eins ist, mit dem erwarteten Ergebnis (2.7) überein.

4.2 Konversionswahrscheinlichkeit Axion zu Photon

Auf analoge Weise wird nun die Konversionswahrscheinlichkeit eines Axions in ein Photon berechnet. Einsetzen von Gl. (3.13) in Gl. (4.1) gibt die ausgehende Photonzahl

$$N_{\text{aus}}^{\gamma,p} = \frac{V_A V_T \sigma_p^2}{2} (gB \Phi_0)^2 \int d^3k \delta(E_\phi - E_\gamma) \delta(k^1) \delta(k^2) E_\gamma \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(k^3 - q^3)L}{2} \right)}{(k^3 - q^3)^2}. \quad (4.11)$$

Die energieerhaltende Deltadistribution kann nun mithilfe der Energie-Impuls-Beziehung für Photonen $E_\gamma^2 = \vec{k}^2$ wieder in eine Summe aus Anteilen mit positivem und negativem Impuls umgeschrieben werden:

$$\delta(E_\phi - E_\gamma) = \delta(E_\phi - k^3) + \delta(E_\phi + k^3) \quad (4.12)$$

¹Mathematisch einwandfrei müsste das Hintergrundfeld (3.25) zu $\frac{\vec{e}_0}{2} (e^{ikx} + e^{-ikx})$ angepasst werden. Dieser Ausdruck würde dann konsistenterweise auch im Axionhintergrund (3.8) stehen. Um unnötige Summanden in der Amplitude zu vermeiden, wird diese äquivalente Überlegung verwendet.

Unter Verwendung von $E = E_\gamma = E_\phi$ und der Umbenennung des on-shell Axionimpulses $q^3 \equiv \bar{q}$ folgt über die Integration der Deltadistributionen die ausgehende Photonzahl

$$N_{\text{aus}}^{\gamma,p} = \sum_{\pm} \frac{V_A V_T \sigma_p^2}{2} (gB\Phi_0)^2 E \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E \pm \bar{q})L}{2} \right)}{(E \pm \bar{q})^2} \quad (4.13)$$

mit derselben Summe wie in Gl. (4.7). Sie stimmt bis auf den fehlenden Faktor $\frac{E}{\bar{q}}$ und dem Polarisationsfaktor σ_p mit der ausgehenden Photonzahl des vorigen Kapitels überein. Wie in Gl. (3.15) gezeigt, entspricht der Polarisationsfaktor für den Fall $p = 1$ genau $\sigma_1 = -\cos \chi$, der ebenfalls in (4.7) vorkommt. Für den Fall $p = 2$ gilt $\sigma_2 = \sin \chi$. Mit der Bedingung $\vec{E} \parallel \vec{B}$ gilt $\chi = 0$ und es trägt nur $p = 1$ zur Konversion bei. Im Folgenden wird der Fall $p = 2$ nicht mehr mitgenommen, da er trivial aus allen Formeln mit $p = 1$ generiert werden kann und dies den direkten Vergleich der Prozesse erleichtert.

Als nächstes muss die ausgehende Photonzahl (4.13) auf die eingehende Axionzahl normiert werden. Dabei tritt ein fundamentales Problem auf: Es ist nicht möglich die Teilchenzahl des Axionfeldes auf Basis der QFT zu berechnen. Dieses Problem ist eine Eigenschaft von reellen Klein-Gordon-Feldern [16]. Für solch ein Feld ist die Teilchenzahl (genauer: die Ladung) die Erhaltungsgröße, die über das Noether-Theorem aus der internen U(1)-Phasensymmetrie der Lagrangedichte resultiert [17]. Allerdings implizieren nur *komplexe* Klein-Gordon-Felder diese Symmetrie, das Axion als reelles Feld tut das nicht. Dies hängt damit zusammen, dass das Axion sein eigenes Antiteilchen ist, sodass die Teilchenzahl nicht eindeutig definiert werden kann: $N = 4$ kann sowohl heißen, dass 4 Teilchen vorliegen, als auch, dass zum Beispiel 6 Teilchen und 2 Antiteilchen vorliegen. Es muss Acht gegeben werden, die komplexe Schreibweise der ebenen Axionwelle nicht als komplexes Feld zu verstehen; wie in Kapitel 4.1 dargelegt, handelt es sich dabei nur um eine Kurzschreibweise. Jetzt muss also eine weitere Annahme getroffen werden, um die korrekte Normierung zu erhalten. Der einfachste Ansatz ist das Verwenden der CP-Symmetrie: In Abschnitt 2.3 wird erklärt, dass sie die Gleichheit der Konversionswahrscheinlichkeiten impliziert. Daraus folgt direkt die Normierung

$$N_{\text{ein}}^\phi = 2 \frac{\bar{q}}{E} E \Phi_0^2 V_A V_T. \quad (4.14)$$

Eine weitere Möglichkeit ist es, der Amplitude Φ_0 dieselbe Bedeutung wie der Amplitude a_0 in Gl. (4.7) zuzuschreiben. Da beide Größen die Amplituden von identischen ebenen Wellen sein sollen, liegt die Annahme nah, dass sie in gleicher Beziehung zu den Teilchenzahlen stehen: $N_{\text{in}}^\phi(\Phi_0) \equiv N_{\text{in}}^\gamma(a_0)$. So folgt die Normierung

$$N_{\text{ein}}^\phi = 2E\Phi_0^2 V_A V_T. \quad (4.15)$$

Insbesondere fehlt in dieser Variante der Faktor $\frac{\bar{q}}{E}$, also der inversen Geschwindigkeit v_ϕ der Axionen. Der fehlende Faktor ist eine Folge der Energie-Impuls-Beziehung der Axionen (vgl. Gl. 4.5), die in der energierhaltenden Deltadistribution auftritt. Im Photon \rightarrow Axion-Prozess resultiert das in einem zusätzlichen Faktor zu der ausgehenden Axionzahl. Ein solcher Faktor tritt für das Photon nicht auf, da seine Geschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit, also 1, ist. Diese Diskrepanz ist Grund zur Annahme, dass in der betrachteten Geometrie eine Verletzung der CP-Symmetrie vorliegen könnte. Zwar ist die Wechselwirkungs-Lagrangedichte (2.2) CP-invariant, es gibt allerdings noch das

Schlupfloch der Rahmenbedingungen, durch die die CP-Symmetrie gebrochen werden kann. Die explizit festgesetzten Rahmenbedingungen sind:

1. Das magnetische Hintergrundfeld B und seine Länge L ,
2. Die gewählten eingehenden Teilchenwellen: $\tilde{F}_{\mu\nu}$ im Prozess Photon \rightarrow Axion und ϕ im Prozess Axion \rightarrow Photon,
3. Die Energie-Impuls-Beziehungen der erzeugten Teilchen, insbesondere des Axions.

Im Folgenden soll ein Beispiel dafür gegeben werden, wie der CP-Symmetriebruch unter Annahme von (4.15) durch die Rahmenbedingungen verhindert werden kann: Die Energie-Impuls-Beziehung ist eine grundlegende Eigenschaft realer Teilchen, die im Vakuum immer erfüllt sein soll. Da in beiden Prozessen nur das Produkt aus eingehender Welle und Magnetfeld in die Ansätze (3.6) und (3.24) einfließt, genügt es, die Teilchenwellen zu betrachten. Nun soll daher ausschließlich die Axionwelle verändert werden.

In einem realen Axion \rightarrow Photon Experiment werden die Energie und die Richtung des Impulses der eingehenden Axionen festgelegt. Die Amplitude dieser Teilchenwelle Φ_{Welle} folgt dann aus dem Axionstrom und der Energie der Axionen: $\Phi_{\text{Welle}} = \Phi_{\text{Welle}}(E_\phi, N_\phi)$. Dies führt auf die Möglichkeit, dass die Amplitude der eingehenden Axionwelle falsch gewählt wurde. Um die gleiche Konversionswahrscheinlichkeit wie beim Photon \rightarrow Axion-Prozess zu generieren, muss für die eingehende Axionwelle

$$\phi = \frac{\Phi_0}{\sqrt{v_\phi}} e^{-iqx} \equiv \Phi_{\text{Welle}} e^{-iqx} \quad (4.16)$$

gewählt werden. Dieser Ansatz steht zwar nicht im direkten Widerspruch mit der ausgehenden Axionzahl des umgekehrten Prozesses (4.7), da dort keine Amplituden definiert werden, aber die Feldamplitude Φ_0 muss dort ebenfalls von der Geschwindigkeit abhängen. Dies ist leicht durch einen Vergleich mit der rechten Seite der Gleichung (4.15) zu sehen: Die Faktoren $EV_A V_T$ sind in beiden Gleichungen identisch, und der Faktor v_ϕ^{-1} bildet mit den übrigen Termen in (4.7) die Feldamplitude Φ_0^2 , sodass die Gleichungen übereinstimmen. Zusammenfassend ergibt sich: Unter der Annahme, dass die Feldamplitude Φ_0 dieselbe Interpretation wie das Eichpotential a_0 hat, bleibt die CP-Symmetrie erhalten, wenn die eingehenden Axionwellen mit diesem zusätzlichen Faktor $v_\phi^{-1/2}$ definiert werden. Ob dieser Ansatz tatsächlich physikalisch sinnvoll ist, oder die Annahme (4.15) falsch ist, wird hier nicht beantwortet. Es sei daran erinnert, dass dieser Ansatz nur ein Beispiel für eine mögliche Symmetrieverletzung sein soll und keineswegs eine vollständige Betrachtung des Normierungsproblems ist.

In beiden Fällen folgt per Konstruktion die Konversionswahrscheinlichkeit

$$P_{\phi \rightarrow \gamma; 1} = \frac{N_{\text{aus}}^\gamma}{N_{\text{ein}}^\phi} = \sum_{\pm} \frac{E \cos^2 \chi}{4\bar{q}} (gB)^2 \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E \pm \bar{q})L}{2} \right)}{(E \pm \bar{q})^2}, \quad (4.17)$$

die der Konversionswahrscheinlichkeit des Photon \rightarrow Axion-Prozesses entspricht.

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Die über die Methode des Vakuumemissionsbild erhaltenen Konversionswahrscheinlichkeiten stimmen (in erster Näherung) mit dem bekannten Ergebnis überein. Ein grundlegender Nachteil dieser Methode ist die Normierung auf eingehende Axionwellen. Insbesondere ist es problematisch, wenn kein inverser Vergleichsprozess mit eingehenden

Photonen vorhanden ist, über den die korrekte Normierung abgeleitet werden kann. In der obigen Betrachtung der Normierung wird durchweg angenommen, dass die Konversionswahrscheinlichkeiten identisch sein müssen. Die Annahme leitet sich aus der Forderung der CP-Symmetrie ab und wird durch die bekannten Ergebnisse der klassischen Rechnungen (2.7) unterstützt. Diese Lösungsansätze [7],[9] müssen jedoch Gebrauch von der Näherung sehr kleiner Axionmasse gegenüber der Energie $m_\phi \ll E_\phi$ machen, um auf diese Form zu kommen. In dieser Näherung ist der Faktor $v_\phi \approx 1$, weswegen in diesem Vorfaktor durchaus Näherungsartefakte auftreten können. Außerdem muss in der klassischen Methode ein Lösungsansatz für die Differentialgleichungen gemacht werden, was die Vollständigkeit der Lösung nicht garantiert. Die Resultate (4.10) und (3.13) werden im Vakuumemissionsbild ohne weitere Näherungen hergeleitet, sodass sie in den Vorfaktoren verlässlich sind.

Zwar kann die Umrechnung in eine Wahrscheinlichkeit problematisch sein, aber bereits in den ausgehenden Teilchenzahlen (4.13) und (4.7) kann die Abhängigkeit der Konversionswahrscheinlichkeit vom Magnetfeld und der Kopplungskonstanten g abgelesen werden. Auch der Faktor

$$\frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E \pm \bar{q})L}{2} \right)}{(E \pm \bar{q})^2} \quad (4.18)$$

findet sich im „-“-Term dieser Größen. Er beschreibt die Abhängigkeit der Konversionswahrscheinlichkeit vom Impulsverlust $k^3 - q^3 = E - \bar{q} \equiv \Delta p$ und der Länge des Magnetfeldes (Der Impuls geht natürlich nicht verloren, sondern wird an ein Photon des Magnetfeldes abgegeben). Da dieser Term eine Art Formfaktor der Geometrie ist [7], sollte es auch für allgemeine Feldkonfigurationen möglich sein, mithilfe dieser Größe quantitative Aussagen zur Konversionswahrscheinlichkeit zu treffen. Es sei darauf hingewiesen, dass der Impulsverlust im obigen Limes kleiner Axionmasse gegen

$$\Delta p \approx \frac{m_\phi^2}{2E} \quad (4.19)$$

geht. Dies ist eine gute Näherung der physikalischen Realität, da die Axionmasse höchstens im 100 meV-Bereich liegt [18]. In diesem Grenzfall kann der \sin^2 im „-“-Term genähert werden (unter Annahme, dass die Länge L nicht zu groß ist) und es bleibt die Wahrscheinlichkeit

$$P_{\gamma \rightarrow \phi} = P_{\phi \rightarrow \gamma} = \frac{\cos^2 \chi}{4} (gBL)^2, \quad (4.20)$$

die unabhängig von Axionmasse und Impulsverlust ist [7], wobei der „+“-Term vernachlässigt wurde. In diesem Limes geht auch die Axiongeschwindigkeit gegen 1, weswegen die Diskrepanz des Vorfaktors für reale Prozesse kaum eine Rolle spielt.

Der bisher ignorierte „+“-Term in den Konversionswahrscheinlichkeiten

$$P^+ = \frac{E \cos^2 \chi}{4\bar{q}} (gB)^2 \frac{4 \sin^2 \left(\frac{(E + \bar{q})L}{2} \right)}{(E + \bar{q})^2} \quad (4.21)$$

ist ebenfalls interessant, da er ohne explizite Einbindung in den Lösungsansatz nicht aus der klassischen Rechnung hervorgeht [9]. Zur Interpretation dieses Beitrags muss beachtet werden, dass die Energie E in beiden Fällen dem Photonimpuls k^3 entspricht. Im Photon \rightarrow Axion-Prozess wird der Photonimpuls festgelegt und infolge der Deltadistribution (4.6) zeigt dann der Axionimpuls im „+“-Term in die entgegengesetzte Richtung des

Photonimpuls, also in die $-\hat{e}_z$ -Richtung. Analog wird im Axion \rightarrow Photon-Prozess der Axionimpuls festgelegt, und der ausgehende Photonimpuls zeigt in die $-\hat{e}_z$ -Richtung. Um die weitere Diskussion zu vereinfachen sei das eingehende Teilchen ein Photon und das ausgehende Teilchen ein Axion. Dieser Term bedeutet also, dass ein Teil der erzeugten Axionen einen „Impuls-Flip“ erfährt, bei dem sich die übertragene Energie nicht ändert. Das ist gleichbedeutend mit einer Reflexion der Axionwelle während der Konversion. Zunächst ist festzustellen, dass dieser Beitrag zur Konversionswahrscheinlichkeit fast immer kleiner sein wird, als der Beitrag ohne Impuls-Flip, da der Nenner $E + \bar{q}$ deutlich größer ist als $E - \bar{q}$ und $\sin^2 x$ nach oben begrenzt ist. Insbesondere bei kleinem Impulsverlust, wie für kleine Axionmasse, ist der Nenner im Fall des Impuls-Flips viel größer, denn dann gilt $E \approx \bar{q}$. Außerhalb der Resonanzlängen mit $L(E - \bar{q}) \approx 2\pi$, an denen der Zähler des Formfaktors für den „-“-Term gegen 0 geht, ist die Wahrscheinlichkeit des Impuls-Flips damit sehr gering verglichen mit der „normalen“ Konversionswahrscheinlichkeit.

Im Limes $L \rightarrow \infty$ würde dieser Term verschwinden, da die generierenden z -Integrale in Gln. (3.10) und (3.27) eine impulserhaltende Delta-Distribution $\delta(q^3 - k^3)$ ergeben würden. Diese Abhängigkeit von L lässt die Interpretation zu, dass dieser Term die Reflexion der ausgehenden Axionwelle an der „Wand“ $z = L$ beschreibt. In der wechselwirkungsfreien Lösung der Wellengleichung in einem Gefäß der Länge L ist natürlich erlaubt, dass die Welle in beide Richtungen propagieren kann. Die Bewegungsgleichungen der Felder [9] sind modifizierte Wellengleichungen, sodass eine solche Lösung mit umgekehrter Ausbreitungsrichtung plausibel ist. In einem Konversionsprozess wird durch Festlegen des eingehenden Photonfeldes eine Vorzugsrichtung festgelegt, die die Ungleichheit der ausgehenden Axionzahlen in Abhängigkeit der Ausbreitungsrichtungen erklärt. Die Abwesenheit dieses Terms in der klassischen Lösung ist ein weiterer Nachteil des Ansatzes über die Bewegungsgleichungen; um eine vollständige Lösung zu erhalten muss ein Summand mit dieser Ausbreitungsrichtung bereits in den Ansatz eingebaut werden. Für allgemeine Geometrien ist nicht auszuschließen, dass solche Reflexionsterme nicht sofort zu erwarten sind, und damit im Ansatz vergessen werden können.

In einem realen „Licht-durch-Wand“ Experiment ist kein starker Einfluss der reflektierten Wellen zu erwarten: Zum Einen wird die reflektierte Photonwelle des Axion \rightarrow Photon Prozesses nicht direkt gemessen, da sie sich vom Photodetektor für die ausgehenden Photonen wegbewegt. Eine erneute Reflexion in die „richtige“ Richtung an der Trennwand kann durch eine Wand mit hohem Reflexionsgrad größtenteils verhindert werden. Zum Anderen können die reflektierten Wellen durch weitere sekundäre Konversionen zusätzliche ausgehende Teilchen erzeugen. In einer Sekundärkonversion muss dann, damit die neuen Teilchen wieder in die richtige Richtung propagieren, ein weiterer Impuls-Flip stattfinden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein solches Teilchen am Photodetektor ankommt ist also mindestens von der Ordnung g^8 , da vier Wahrscheinlichkeiten $P \propto g^2$ der Form (4.10) multipliziert werden müssen: Die zwei nötigen Konversionen, um die Wand zu durchqueren, und zwei Sekundärkonversionen mit Impuls-Flip. Prozesse der Ordnung g^6 entsprechen drei Konversionen ($\gamma \rightarrow \phi \rightarrow \gamma \rightarrow \phi$), was in einem Axion resultiert, das nicht detektiert werden kann. Im Vergleich zu der Ordnung g^4 des direkten „Licht-durch-Wand“ Prozesses, kann der Beitrag der Reflexionen also vernachlässigt werden.

5 Ausblick

Die Tatsache, dass das Vakuumemissionsbild ohne vorherige Annahmen über die ausgehende Feldverteilung die Wellen in beide möglichen Ausbreitungsrichtungen ausgibt, kann sich als äußerst hilfreich erweisen. Zusammen mit der Eliminierung der in der klassischen Rechnung notwendigen Näherungen, generiert dieser Ansatz vollständige Lösungen für Photon-Axion-Prozesse. Das Ergebnis dieser Rechnung enthält keine Korrekturen der Quantenfeldtheorie und geht zur niedrigsten möglichen Ordnungen g^1 (Die Ordnungen der Wahrscheinlichkeiten in g sind wegen des Betragsquadrates in Gl. (4.1) doppelt so hoch wie die Ordnungen der Prozesse). Weiterhin handelt es sich hier um eine Rechnung zur Null-Loop-Ordnung, da keine virtuellen Loopimpulse auftreten.

Nun wird ein Beispiel für eine Geometrie angebracht, die in erster Ordnung keine Interaktion aufweist. Eine kohärent oszillierende Axionwelle der Form $\phi = \Phi_0 e^{i\omega t}$ ist ein möglicher Kandidat für einen Teil der dunklen Materie im Universum [19]². Im Folgenden soll untersucht werden, ob dieser Hintergrund Auswirkungen auf ein frei propagierendes Photon hat. Im Vakuumemissionsbild wird dieser Fall durch ein ausgehendes Photon und zwei Hintergrundfelder beschrieben: Die eingehende Photonwelle

$$\vec{E} = e_0 \hat{e}_x \cdot e^{-i\vec{k}x} \quad (5.1)$$

$$\vec{B} = b_0 \hat{e}_y \cdot e^{-i\vec{k}x} \quad (5.2)$$

mit dem Impuls $\vec{k} = (\tilde{E}_\gamma, 0, 0, \tilde{k}^3)$ und der kohärente Axionhintergrund $\phi = \Phi_0 e^{i\omega t}$. Dies gibt denselben Ansatz wie im Axion→Photon-Konversionsprozess (3.6), in den statt der gerichteten Axionwelle die oben genannten Hintergrundfelder eingesetzt werden. Darin treten nun vier Summanden auf: Die bereits verwendete Komponente $\mu\nu = 01, 10$ und die Komponente für das eingehende magnetische Feld nach Tabelle 3.1 $\mu\nu = 23, 32$. Da die Feldstärketensoren antisymmetrisch sind und nur paarweise auftreten, müssen sich die Komponenten mit vertauschten Indizes gleichen. Aus der Einheitenwahl $\mu_0 = 1$ folgt, dass $b_0 = e_0$. Da dies auch für die ausgehende Photonwelle $\hat{f}_p^{\mu\nu}$ gelten muss, müssen sich ebenfalls die Terme 10 und 23 gleichen: Im 10-Term tritt das E -Feld des eingehenden Teilchens auf, und im 23-Term tritt das B -Feld des eingehenden Teilchens auf. Es bleibt also mit dem Ein-Photon-Feldstärketensor $\hat{f}_p^{01} = E_\gamma \sigma_p$:

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) = -i \sqrt{\frac{E_\gamma}{2}} \sigma_p \Phi_0 e_0 g \int d^4x e^{ikx} e^{-i\vec{k}x} e^{i\omega t} \quad (5.3)$$

mit dem Impuls des ausgehenden Photons k , dessen Richtung in den Rahmenbedingungen nicht festgesetzt wird. Da die Hintergrundfelder nicht in der Raumzeit begrenzt sind, müssen alle Integrale von $-\infty$ bis $+\infty$ gehen. Somit ergeben sich vier Deltadistributionen:

$$\mathcal{S}_p(\vec{k}) \propto \delta(E_\gamma - \tilde{E}_\gamma - \omega) \delta(k^1) \delta(k^2) \delta(k^3 - \tilde{k}^3). \quad (5.4)$$

Die vierte Deltadistribution, die die z -Impulserhaltung garantiert, kann mithilfe der Energie-Impuls-Beziehung in eine energieerhaltende Distribution überführt werden: $\delta(k^3 - \tilde{k}^3) = \delta(E_\gamma - \tilde{E}_\gamma)$. Jetzt kann direkt abgelesen werden, dass diese Amplitude

²Im tatsächlichen Modell variieren die Amplitude und die Frequenz selbst zeitlich. Diese Variation läuft allerdings auf kosmischen Zeitskalen, sodass sie für eine Messung über menschliche Zeiträume in guter Näherung konstant sind.

durch das Produkt aus zwei unterschiedlichen Energieerhaltungen verschwinden muss. Es kann nur dann ein Photon „entstehen“, wenn das Axionfeld konstant ist, oder keine Kopplung von Axion und Photon vorliegt, was äquivalent zur freien Propagation des eingehenden Photons ist. Dieses Ergebnis hat eine einfache Interpretation; sowohl die Energie als auch der Impuls des eingehenden Photons muss erhalten werden. Ein einzelnes ausgehendes Photon kann dies durch die identische Energie-Impuls-Beziehung nur gewährleisten, wenn es identisch zu dem eingehenden Photon ist. Der Einfluss des kohärenten Axionhintergrunds auf Photonpropagation ist also ein Prozess, der in höherer Ordnung von g untersucht werden muss.

Das Vakuumemissionsbild in konsistenter und vollständiger Weise auf Prozesse höherer Ordnung anzuwenden, ist von weiterführendem Interesse. Dabei muss darauf geachtet werden, dass immer zwei Photonen gleichzeitig an ein Axion koppeln. Zum Beispiel könnten zwei eingehende Photonen mit dem Axionhintergrund Wechselwirkung und daraufhin wieder in zwei ausgehende Photonen übergehen. Somit kann der Axionhintergrund zur 2-zu-2 Photonstreuung führen, die ohne Hintergrundfelder nicht erlaubt ist. Eine eingehende Photonwelle mit vielen Photonen kann auch durch 3-zu-1 Photonstreuung am Axionhintergrund beeinflusst werden. Beides sind Beispiele für Prozesse zur Ordnung g^2 . Eine Berechnung im Rahmen dieser Methode benötigt die passende Potenz von g im Ansatz (3.1). Möglich wäre also das Verwenden einer (korrekt geordneten) Potenz der Lagrangedichte oder eine Lagrangedichte mit Korrekturen zur höheren Ordnung in g . Die Ein-Photon-Feldstärke in der Separation des Feldstärketensors muss ebenfalls auf die Anzahl der ausgehenden Photonen angepasst werden; im 2-zu-2-Streuungsprozess zum Beispiel muss ein zwei-Photon-Feldstärketensor eingesetzt werden. Ebenso muss dementsprechend auch der ausgehende Zustand an die gewünschte Zahl ausgehender Photonen angepasst werden. Weiterhin ist zu untersuchen, ob Prozesse zu höheren Loop-Ordnungen in der Methode betrachtet werden können, wobei die Komplexität der Berechnung wie in der Störungstheorie schnell steigen wird.

Das Vakuumemissionsbild ist äußerst geeignet, Photonemissionsamplituden für arbiträre Hintergrundfelder zu bestimmen [12]. In einem realen Experiment wird das Magnetfeld nicht sprunghaft an $z = L$ und $z = 0$ verschwinden, die eingehende Teilchenwelle wird keine ideale ebene Welle sein, und die Ein- und Abschaltvorgänge verlaufen exponentiell mit der Zeit. Solche Feldverteilungen können problemlos in die Amplituden (3.6) und (3.24) eingesetzt werden. Für rein photonische Prozesse ist bekannt, dass Gaußpulse [10] und realistische Ein- und Abschaltvorgänge [12] mit dieser Methode analytisch ausgewertet werden können. Es ist zu erwarten, dass dies auch für Photon-Axion-Prozesse mit diesen Feldkonfigurationen möglich ist. In einem weiteren Prozess mit frequenzvariierenden Hintergrundfeldern treten Polarisationsänderungen einer Photonwelle aufgrund von Wechselwirkung mit dem Axionhintergrund auf [20]. Es ist besonders naheliegend, diesen Prozess im Vakuumemissionsbild zu betrachten, da er einen Erklärungsansatz für Anisotropien in verschiedenen Arten kosmischer Strahlung bietet [20].

6 Zusammenfassung

Das wichtigste Resultat der Arbeit ist, dass die über das Vakuumemissionsbild hergeleiteten Wahrscheinlichkeiten für die Umwandlung eines Photons in ein Axion und umgekehrt mit dem bekannten Ergebnis der klassischen Rechnung übereinstimmen. Die Wahrscheinlichkeiten können ohne Verwendung der typischen Näherungen von kleiner Axionmasse und kleiner Kopplungskonstanten zwischen Photon und Axion hergeleitet werden. Außerdem muss keine Annahme zur Feldverteilung der ausgehenden Teilchenwelle getroffen werden, weshalb dieser Ansatz auch die Quantenreflexion der erzeugten Teilchen an den Wänden des Wechselwirkungsbereiches berücksichtigt. Um die Axion-zu-Photon Konversionsamplitude, die aus der zugrundeliegenden Quantenfeldtheorie bestimmt wird, in die Konversionswahrscheinlichkeit umzurechnen, muss auf die eingehende Axionzahl normiert werden. Dies stellt ein grundlegendes Problem dar, denn es ist nicht möglich eine eindeutige Axionzahl aus der Feldverteilung zu berechnen. Aus diesem Grund muss auf einen Vergleich mit dem umgekehrten Prozess zurückgegriffen werden. Daraus kommen Zweifel an der CP-Symmetrie der gewählten Hintergrundfelder auf, wie sie auch im Zugang über die Bewegungsgleichungen der Felder verwendet werden. Durch eine bestimmte Wahl der Normierung kann die CP-Symmetrie zwar erhalten werden, eine andere plausible Normierung erfordert aber eine korrigierende Umdefinition des Axionhintergrunds. Letztlich wird das Potential der Methode für reale Feldverteilungen, wie sie mit den Bewegungsgleichungen nur schwer zu behandeln sind, diskutiert.

Danksagung

Der Autor dankt Prof. Dr. Holger Gies und Dr. Felix Karbstein für ihren hilfreichen Input bei der Lösung der Normierungsprobleme und für die Diskussion dessen vieler Fragen.

7 Literaturverzeichnis

- [1] R. D. Peccei und H. R. Quinn, „CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles“, *Phys. Rev. Lett.*, Jg. 38, S. 1440–1443, 25 1977. DOI: [10.1103/PhysRevLett.38.1440](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.38.1440). Adresse: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.38.1440>.
- [2] J. Preskill, M. B. Wise und F. Wilczek, „Cosmology of the Invisible Axion“, *Phys. Lett. B*, Jg. 120, M. A. Srednicki, Hrsg., S. 127–132, 1983. DOI: [10.1016/0370-2693\(83\)90637-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90637-8).
- [3] R. D. Peccei, „The Strong CP Problem and Axions“, in *Lecture Notes in Physics*, Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 3–17. DOI: [10.1007/978-3-540-73518-2_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_1). Adresse: https://doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_1.
- [4] M. Diaz Ortiz, J. Gleason, H. Grote u. a., „Design of the ALPS II optical system“, *Physics of the Dark Universe*, Jg. 35, S. 100968, 2022, ISSN: 2212-6864. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dark.2022.100968>. Adresse: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212686422000115>.
- [5] L. D. Duffy, P. Sikivie, D. B. Tanner u. a., „High resolution search for dark-matter axions“, *Physical Review D*, Jg. 74, Nr. 1, 2006. DOI: [10.1103/physrevd.74.012006](https://doi.org/10.1103/physrevd.74.012006). Adresse: <https://doi.org/10.1103/physrevd.74.012006>.
- [6] G. Raffelt und L. Stodolsky, „Mixing of the photon with low-mass particles“, *Phys. Rev. D*, Jg. 37, S. 1237–1249, 5 1988. DOI: [10.1103/PhysRevD.37.1237](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.37.1237). Adresse: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.37.1237>.
- [7] K. Van Bibber, N. R. Dagdeviren, S. E. Koonin, A. K. Kerman und H. N. Nelson, „Proposed experiment to produce and detect light pseudoscalars“, *Phys. Rev. Lett.*, Jg. 59, S. 759–762, 7 1987. DOI: [10.1103/PhysRevLett.59.759](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.759). Adresse: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.759>.
- [8] P. Sikivie, „Experimental Tests of the "Invisible" Axion“, *Phys. Rev. Lett.*, Jg. 51, S. 1415–1417, 16 1983. DOI: [10.1103/PhysRevLett.51.1415](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.1415). Adresse: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.51.1415>.
- [9] H. Gies, D. F. Mota und D. J. Shaw, „Hidden in the light: Magnetically induced afterglow from trapped chameleon fields“, *Physical Review D, Particles Fields*, Jg. 77, Nr. 2, Jan. 2008, Diese Rechnung bezieht sich auf sog. Chamäleonfelder, die nur in erster Ordnung wie ein Axionfeld koppeln. Dennoch kann die Herleitung analog verwendet werden. Der Spezialfall eines Axions ist in folgendem Vorlesungsskript (H. Gies, "Particles and Fields", 2021, Friedrich-Schiller-Universität Jena) zu finden: <https://www.tpi.uni-jena.de/~gies/LectureNotes/PaF/PaF-08.pdf>, ISSN: 0556-2821. DOI: [10.1103/PHYSREVD.77.025016](https://doi.org/10.1103/PHYSREVD.77.025016). Adresse: <https://www.osti.gov/biblio/21038955>.
- [10] F. Karbstein und R. Shaisultanov, „Stimulated photon emission from the vacuum“, *Physical Review D*, Jg. 91, Nr. 11, Juni 2015. DOI: [10.1103/physrevd.91.113002](https://doi.org/10.1103/physrevd.91.113002). Adresse: <https://doi.org/10.1103/physrevd.91.113002>.
- [11] W. Heisenberg und H. Euler, „Consequences of Dirac Theory of the Positron“, 2006. DOI: [10.48550/ARXIV.PHYSICS/0605038](https://doi.org/10.48550/ARXIV.PHYSICS/0605038). Adresse: <https://arxiv.org/abs/physics/0605038>.
- [12] F. Karbstein, *Vacuum Birefringence as a Vacuum Emission Process*, 2015. DOI: [10.48550/ARXIV.1510.03178](https://doi.org/10.48550/ARXIV.1510.03178). Adresse: <https://arxiv.org/abs/1510.03178>.

- [13] D. Tong, *Quantum Field Theory*, 2006. Adresse: <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft.html>.
- [14] M. Srednicki, *Quantum Field Theory*, 1st Edition. Cambridge University Press, 2007, Kap. 3, ISBN: 9780521864497.
- [15] B. Hartfield, *Quantum Field Theory Of Point Particles And Strings*, 1st edition. Westview Press Inc, 1992, S. 210–213.
- [16] S. Oshima, S. Kanemaki und T. Fujita, *Problems of Real Scalar Klein-Gordon Field*, 2005. DOI: [10.48550/ARXIV.HEP-TH/0512156](https://arxiv.org/abs/hep-th/0512156). Adresse: <https://arxiv.org/abs/hep-th/0512156>.
- [17] M. Srednicki, *Quantum Field Theory*, 1st Edition. Cambridge University Press, 2007, Kap. 22, ISBN: 9780521864497.
- [18] F. D’Eramo, E. Di Valentino, W. Giarè u. a., *Cosmological Bound on the QCD Axion Mass, Redux*, 2022. DOI: [10.48550/ARXIV.2205.07849](https://arxiv.org/abs/2205.07849). Adresse: <https://arxiv.org/abs/2205.07849>.
- [19] P. Sikivie, „Axion Cosmology“, in *Lecture Notes in Physics*, Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 19–50. DOI: [10.1007/978-3-540-73518-2_2](https://doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_2). Adresse: https://doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_2.
- [20] P. Jain, S. Panda und S. Sarala, „Electromagnetic polarization effects due to axion-photon mixing“, *Phys. Rev. D*, Jg. 66, S. 085007, 8 2002. DOI: [10.1103/PhysRevD.66.085007](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.085007). Adresse: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.085007>.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit eigenständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe. Diese Arbeit ist weiterhin nicht anderweitig als Prüfungsleistung verwendet worden oder als eine Veröffentlichung erschienen. Nach meinem besten Wissen sind alle verwendeten Quellen korrekt zitiert und es wird niemandes Urheberrecht verletzt.

Seitens des Verfassers bestehen keine Einwände, die vorliegende Bachelorarbeit für die Benutzung im öffentlichen Raum zur Verfügung zu stellen.

Jena, den 25. Mai 2022



Unterschrift; Björn Borgolte