

3.3 Antiteilchen & Kausalität

Für das reelle Skalarfeld sind Teilchen und Antiteilchen identisch. Damit Teilchen und Antiteilchen unterscheidbar werden, müssen sie eine Ladung tragen.

Einfachstes Beispiel ist dann das komplexe Skalarfeld, dessen Quantisierung in den Übungen im Detail durchgeführt wird.

Im Folgenden sei lediglich das wichtigste kurz zusammengefasst:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Phi_1(x) + i\Phi_2(x) \right), \quad \Phi_1, \Phi_2 \in \mathcal{R} \quad (3.50)$$

Leiteoperator-Darstellung à la (3.18):

$$\Phi(\vec{x}) = \int_{(\infty)^d} \frac{d^d \vec{p}}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left[a(\vec{p}) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} + b^\dagger(\vec{p}) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \right], \quad (3.51)$$

wobei

$$a(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1(\vec{p}) + i a_2(\vec{p})), \quad b(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1(\vec{p}) - i a_2(\vec{p})) \quad (3.52)$$

wiederum jeweils Leiteoperator-Algebren erfüllen, untereinander jedoch kommutieren.

Der Hamilton-Operator

$$H = \int d^d x \left(\pi^+ \dot{\pi} + \vec{\nabla} \phi^+ \cdot \vec{\nabla} \phi + m^2 \phi^+ \phi \right) \quad (3.53)$$

lässt sich schreiben als

$$H = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} E_{\vec{p}} \left[a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) + b^\dagger(\vec{p}) b(\vec{p}) \right]. \quad (3.54)$$

Für die Noether-Ladung der Phasentranslationsymmetrie gilt:

$$\begin{aligned} Q &= i \int d^d x \left(\phi^+ \partial^0 \phi - \phi \partial^0 \phi^+ \right) \\ &= \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \left(a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) - b^\dagger(\vec{p}) b(\vec{p}) \right). \end{aligned} \quad (3.55)$$

Die zeitliche Erhaltung der Ladung bedeutet sofort, dass $[Q, H] = 0$ (weil H Generator der Zeitentwicklung ist), was sich mit den Darstellungen (3.54) und (3.55) leicht nachprüfen lässt. Ebenso lässt sich direkt nachrechnen, dass

$$\begin{aligned} Q a^\dagger(\vec{p}) |0\rangle &= [Q, a^\dagger(\vec{p})] |0\rangle = a^\dagger(\vec{p}) |0\rangle \\ Q b^\dagger(\vec{p}) |0\rangle &= [Q, b^\dagger(\vec{p})] |0\rangle = -b^\dagger(\vec{p}) |0\rangle. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Dies zeigt, dass die 1-Teilchen-Zustände $a^\dagger(\vec{p}) |0\rangle$ und $b^\dagger(\vec{p}) |0\rangle$ Eigenzustände des Ladungsoperators sind mit entgegengesetzten Eigenwerten ± 1 .

Wir identifizieren $a^{\dagger}(\vec{p})|0\rangle$ als 1-Teilchen- und $b^{\dagger}(\vec{p})|0\rangle$ als 1-Antiteilchen-Zustand. Mit relativistischer Normierung definieren wir also

$$\begin{aligned} |\vec{p}; +\rangle &:= \sqrt{2E_{\vec{p}}^{-1}} a^{\dagger}(\vec{p}) |0\rangle \\ |\vec{p}; -\rangle &:= \sqrt{2E_{\vec{p}}} b^{\dagger}(\vec{p}) |0\rangle \end{aligned} \quad (3.57)$$

Ein allgemeiner n -Teilchen- m -Antiteilchen-Zustand mit Ladung q ist gegeben durch

$$\begin{aligned} |n, m; q\rangle &\equiv |\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n; \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_m; q\rangle \\ &:= \sqrt{2E_{\vec{p}_1}} \dots \sqrt{2E_{\vec{p}_n}} \sqrt{2E_{\vec{q}_1}} \dots \sqrt{2E_{\vec{q}_m}} a^{\dagger}(\vec{p}_1) \dots a^{\dagger}(\vec{p}_n) \\ &\quad \cdot a^{\dagger}(\vec{q}_1) \dots a^{\dagger}(\vec{q}_m) |0\rangle, \end{aligned} \quad (3.58)$$

mit der Eigenschaft

$$Q|n, m; q\rangle = q|n, m; q\rangle, \quad q \equiv n - m. \quad (3.59)$$

An dieser Stelle können wir einen Operator der Ladungskonjugation bzw. Teilchen-Antiteilchenkonjugation einführen; diesen definieren wir durch seine Wirkung auf $a^{(\dagger)}$ und $b^{(\dagger)}$:

$$C a^\dagger C = b^\dagger, \quad C b^\dagger C = a^\dagger, \quad (3.60)$$

$$C = C^\dagger, \quad C^2 = 1,$$

so dass

$$C |m, m; q\rangle = |m, m; -q\rangle. \quad (3.61)$$

(NB: Im Falle eines reellen skalaren Feldes gilt

$\phi = \phi^\dagger$, so dass $C a^\dagger C = a^\dagger$ gewählt werden muss; d.h. Teilchen und Antiteilchen sind identisch)

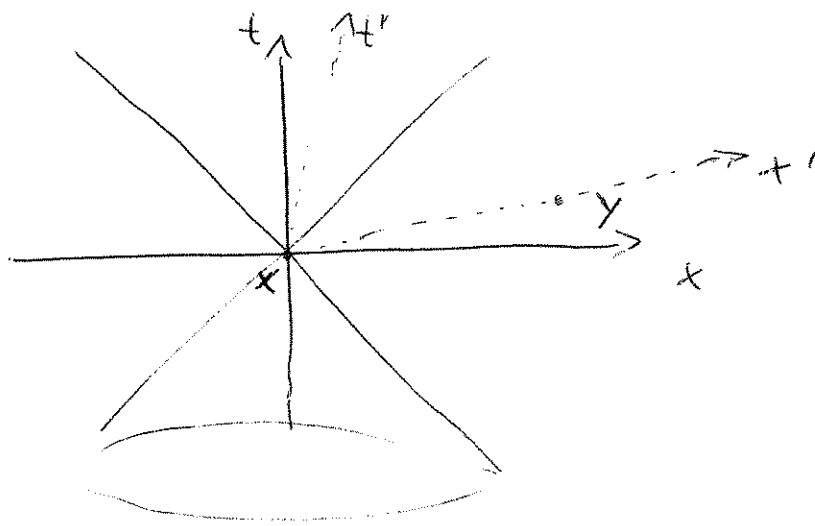
Ladungskonjugation ist in vielen physikalischen Theorien eine wichtige Transformationseigenschaft und in vielen Fällen eine exakte Symmetrie-Operation.

Im Rahmen der Theorie des komplexen Skalars lässt sich die Realisierung von Kausalität in Quantenfeldtheorien diskutieren. Kausalität bedeutet, dass ein Ereignis in der Raumzeit immer nur Einfluss auf Ereignisse in seiner absoluten Zukunft haben kann. Letztere ist gegeben durch den Vorwärtslichtkegel und dessen Inneres.

Insbesondere bedeutet dies, dass sich Ereignisse an den Punkten x und y , welche Raum-artig voneinander getrennt sind, d.h. $(x-y)^2 < 0$, nicht gegenseitig beeinflussen sollen.

In einem Quantensystem, in dem physikalische Observable durch Operatoren repräsentiert sind, bedeutet dies, dass den Ereignissen zugeordnete Operatoren an den Orten x und y miteinander vertauscht werden sollen.

Für zwei Raum-artig getrennte Ereignisse x und y lässt sich immer ein Koordinatensystem finden, bezüglich dessen x und y gleichzeitig sind:



Kanonische Quantisierung in diesem Bezugssystem geschieht mit Hilfe der "equal-time" Kommutatorrelation

$$[\Phi(x), \Phi(y)] = [\Phi(\vec{x}, t), \Phi(\vec{y}, t)] = \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad (3.62)$$

$x = y^0$

Insbesondere bedeutet dies für Raum-artige Abstände

$$(x - y)^2 < 0 \quad \xRightarrow{x^0 - y^0 = 0} -(\vec{x} - \vec{y})^2 < 0 \quad \Rightarrow \underline{[\Phi(\vec{x}, t), \Phi(\vec{y}, t)] = 0}. \quad (3.63)$$

Quantenfelder an Raum-artig entfernten Punkten beeinflussen sich also nicht! Kausalität ist damit in der QFT gewahrt.

Dies lässt sich im Detail noch genauer verstehen.

Betrachten wir dazu das komplexe Skalarfeld in der Raumzeit. Bisher haben wir nur über Feldoperatoren im Schrödinger-Bild $\Phi(\vec{x})$ gesprochen. Der Wechsel ins Heisenberg-Bild geschieht über Hinzunahme der expliziten Zeitentwicklung:

$$\Phi(x) \equiv \Phi(\vec{x}, t) := e^{iHt} \Phi(\vec{x}) e^{-iHt} \quad (3.64)$$

Auf dem Niveau der Leitesoperatoren gilt (vgl. (3.30))

$$\begin{aligned} [H, a_{\vec{p}}] &= -E_{\vec{p}} a_{\vec{p}} \Rightarrow H a_{\vec{p}} = a_{\vec{p}} H - E_{\vec{p}} a_{\vec{p}} \\ \Rightarrow H^n a_{\vec{p}} &= a_{\vec{p}} (H - E_{\vec{p}})^n \\ \Rightarrow e^{iHt} a_{\vec{p}} &= a_{\vec{p}} e^{i(H - E_{\vec{p}})t} \end{aligned} \quad (3.65)$$

und ähnlich $e^{iHt} a_{\vec{p}}^\dagger = a_{\vec{p}}^\dagger e^{i(H + E_{\vec{p}})t}$.

Für die Leitesoperatordarstellung von $\Phi(x) \in \mathbb{R}$ gilt somit

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\Phi(x)}} &= e^{iHt} \Phi(\vec{x}) e^{-iHt} \stackrel{(3.8)}{=} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left(a_{\vec{p}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x} - iE_{\vec{p}}t} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x} + iE_{\vec{p}}t} \right) \\ &= \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left(a_{\vec{p}} e^{-i\vec{p}x} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{i\vec{p}x} \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

mit $\bar{p}x = \bar{p}_\mu x^\mu = E_{\vec{p}}t - \vec{p} \cdot \vec{x}$, d.h. $\bar{p}^0 > 0$.

Für das komplexe Skalarfeld gilt folglich

$$\Phi(x) = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left(a_{\vec{p}} e^{-i\bar{p}x} + b_{\vec{p}}^\dagger e^{i\bar{p}x} \right). \quad (3.67)$$

Betrachten wir nun den Kommutator

$$\begin{aligned} [\Phi(x), \Phi^\dagger(y)] &= \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{q}}}} \left\{ [a_{\vec{p}}, a_{\vec{q}}^\dagger] e^{-i\bar{p}x + i\bar{q}y} \right. \\ &\quad \left. + [b_{\vec{p}}^\dagger, b_{\vec{q}}] e^{i\bar{p}x - i\bar{q}y} \right\} \\ &= \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{2E_{\vec{p}}} \left(e^{-i\bar{p}(x-y)} - e^{i\bar{p}(x-y)} \right) \\ &=: i\Delta^+(x-y) - i\Delta^-(x-y), \end{aligned} \quad (3.68)$$

Wobei wir die positiven und negativen Frequenz-(=Energie)-Anteile des Kommutators eingeführt haben,

$$i\Delta^\pm(x) = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{2E_{\vec{p}}} e^{\mp i\bar{p}x}, \quad (3.69)$$

welche jeweils mit den a - und b -Moden, d.h. mit Teilchen und Antiteilchen verknüpft sind.

Mit Hilfe der Darstellung (3.37) können wir $\Delta^\pm$ explizit Lorentz-invariant schreiben:

$$i \Delta^\pm(x) = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} (2\pi) \Theta(\pm p^0) \delta(p^2 - m^2) e^{-ipx}, \quad (3.70)$$

(d.h. $\Theta(p^0) \cdot p^0 \Rightarrow \bar{p}^0$, $\Theta(-p^0) p^0 \Rightarrow -\bar{p}^0$), $\Rightarrow \Delta^+(x) = \Delta^-(-x)$

Mit $\Theta(p^0) - \Theta(-p^0) \equiv \text{sign}(p^0)$ bedeutet dies für den

Kommutator

$$\begin{aligned} i \Delta(x-y) &\equiv [\phi(x), \phi^\dagger(y)] = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} 2\pi \text{sign}(p^0) \delta(p^2 - m^2) e^{-ip(x-y)} \\ &\equiv i (\Delta^+(x-y) - \Delta^-(x-y)) \end{aligned} \quad (3.71)$$

(Schwinger-Funktion / Pauli-Jordan Funktion)

Der Kommutator hat folgende wichtige Eigenschaften:

- Δ ist invariant unter (eigentlichen) Lorentz-Transformationen.
- Δ ist ungerade im Argument $\Delta(x) = -\Delta(-x)$,
(Kommutator!)
- Δ erfüllt die Klein-Gordon-Gleichung (weil ϕ und $\phi^\dagger$ diese erfüllen).

- Wegen $\Delta(x-y) \Big|_{x^0=y^0} = \frac{1}{i} [\Phi(x), \Phi(y)] \Big|_{x^0=y^0} = S^{(d)}(\vec{x}-\vec{y})$

ist $\Delta(x)$ eine Lösung der Klein-Gordon-Gleichung mit lokalisierter Anfangsbedingung im Ursprung des Lichtkegels bei $t=0$ (vgl. Scheitern der relativ. Quantenmechanik).

- Δ ist kausal, d.h.

$$\Delta(x) = 0 \quad \text{für } x^2 < 0 \text{ (Raum-artig)} \quad (3.72)$$

Beweis:

$$\Delta(x) = \Delta^+(x) - \Delta^-(x) = \Delta^+(x) - \Delta^+(-x). \quad (3.73)$$

Die rechte Seite ist eine invariante Zerlegung, weil $\Delta^\pm$ jeweils Lorentz-invariant sind.

Nun existiert für $x^2 < 0$ immer eine Lorentz-Transformation, die $x \rightarrow -x$ überführt.

(NB: Wähle erst einen Lorentz-Boost, so dass $x^\mu = (t, \vec{x}) = (0, \vec{x})$, d.h. x^0 mit Ursprung gleichzeitig. Eine orthogonale Raumrotation überführt nun $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$. Lorentz-Boost rückwärts führt schließlich zu $x \rightarrow -x$.)

Damit folgt die Behauptung $\blacksquare$

Da Δ^+ und Δ^- jeweils Teilchen und Antiteilchen zugeordnet sind, folgt, dass Kausalität in der QFT insbesondere durch Kürzungen von Teilchen- und Antiteilchen bewahrt ist!

3.4 Der Feynman-Propagator

Da der oben diskutierte Kommutator

$$i \Delta(x) \equiv [\Phi(x), \Phi^\dagger(0)] = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} 2\pi \operatorname{sign}(p^0) \delta(p^2 - m^2) e^{-ipx} \quad (3.74)$$

eine Zahl ist und kein Operator, stimmt $\Delta(x)$ mit seinem Erwartungswert überein,

$$i \Delta(x) = \langle 0 | [\Phi(x), \Phi^\dagger(0)] | 0 \rangle = \langle 0 | \Phi(x) \Phi^\dagger(0) - \Phi^\dagger(0) \Phi(x) | 0 \rangle. \quad (3.75)$$

Gleiches gilt für $\Delta^\pm(x)$.

Um im Folgenden QFT Prozesse beschreiben zu können, benötigen wir insbesondere die Propagationsamplitude für Quantenfluktuationen ("virtuelle Prozesse").

Obwohl $\Delta(x)$ Propagatoreigenschaften besitzt, ist es nicht der gesuchte Propagator für Fluktuationen (wenn auch eng verwandt mit letzterem).

Gesucht sind also weitere Lorentz-invariante Funktionen, die Lösungen der Klein-Gordon-Gleichung beschreiben können.

Dazu betrachten wir folgende Darstellung der δ -Funktion:

$$\begin{aligned}\delta(x) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \left(\frac{1}{x - i\varepsilon} - \frac{1}{x + i\varepsilon} \right) \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{x - i\varepsilon} \equiv -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{x + i\varepsilon}\end{aligned}\quad (3.76)$$

Angewandt auf die Massenschalen- δ -Funktion in (3.74)

folgt

$$\begin{aligned}\delta(p^2 - m^2) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{i}{2\pi} \left(\frac{1}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} - \frac{1}{p^2 - m^2 - i\varepsilon} \right) \\ &\equiv \frac{i}{2\pi} \left(\Delta_F(p) - \Delta_F^*(p) \right) \equiv -\frac{1}{\pi} \ln \Delta_F(p). \quad (3.77)\end{aligned}$$

Hier haben wir eine neue invariante Funktion eingeführt

$$\Delta_F(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \Rightarrow \Delta_F(x) = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \frac{1}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ipx} \quad (3.78)$$

den Feynman-Propagator. (Hier und im

Folgenden gelten alle Ausdrücke immer im Limes $\varepsilon \rightarrow 0$.)

Anwendung des Klein-Gordon-Operators auf $\Delta_F(x)$ liefert:

$$\underline{(\partial^2 + m^2) \Delta_F(x)} = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \frac{-p^2 + m^2}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ipx} = \underline{-\delta^{(D)}(x)}, \quad (3.79)$$

d.h. Δ_F ist eine Greensche Funktion der Klein-Gordon-Gleichung. Mit Δ_F kann die inhomogene Klein-Gordon-Gleichung mit einer Quelle $j(x)$ gelöst werden,

$$(\partial^2 + m^2) \phi(x) = j(x) \Rightarrow \phi(x) = -\int d^D y \Delta_F(x-y) j(y). \quad (3.80)$$

(NB: diese Lösung $\phi(x)$ ist i.A. nicht eindeutig; weitere Lösungen der homogenen Gleichungen können zu $\phi(x)$ dazugaddiert werden. Die Lösung wird eindeutig, wenn ausreichende Rand- oder Anfangsbedingungen gefordert werden.)

Im Impulsraum wird (3.79) vollständig algebraisch:

$$(p^2 - m^2) \Delta_F(p) = 1 = (p^2 - m^2) \Delta_F^*(p). \quad (3.81)$$

Im Impulsraum besteht auch ein einfacher Zusammenhang zwischen Δ und Δ_F :

$$\underline{\underline{\Delta(p) = -i 2\pi \operatorname{sign}(p^0) \delta(p^2 - m^2) = 2i \operatorname{sign}(p^0) \operatorname{Im} \Delta_F(p)}} \quad (3.82)$$

Ein interessantes direkter Zusammenhang besteht auch zwischen $\Delta_F(x)$ und den Teilchen / Antiteilchenbeiträgen $\Delta^\pm(x)$ im Ortsraum:

$$i \Delta_F(x) = \Theta(x^0) i \Delta^+(x) + \Theta(-x^0) i \Delta^-(x) \quad (3.83)$$

(Diese Identität wird im den Übungen bewiesen).

Mit Hilfe von Vakuum Erwartungswerten lautet diese Gleichung auch

$$\begin{aligned} i \Delta_F(x) &= \Theta(x^0) \langle 0 | \phi(x) \phi^\dagger(0) | 0 \rangle + \Theta(-x^0) \langle 0 | \phi^\dagger(0) \phi(x) | 0 \rangle \\ &\equiv \langle 0 | T \phi(x) \phi^\dagger(0) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (3.84)$$

wobei wir im letzten Schritt das Zeitgeordnete Produkt definiert haben,

$$\begin{aligned} T \phi(x) \phi^\dagger(y) &= \Theta(x^0 - y^0) \phi(x) \phi^\dagger(y) + \Theta(y^0 - x^0) \phi^\dagger(y) \phi(x), \\ &= \begin{cases} \phi(x) \phi^\dagger(y) & , x^0 > y^0 \\ \phi^\dagger(y) \phi(x) & , x^0 < y^0 \end{cases} \quad (3.85) \end{aligned}$$

Die Zeitordnung T besagt, dass Operatorprodukte von rechts nach links aufsteigend in der Zeit anzuordnen sind.

Die Zeitordnung ist wesentlich für ein Verständnis des Feynman-Propagators: wie (3.83) zeigt,

$$\Delta_F(x) = \Theta(x^0) \Delta^+(x) + \Theta(-x^0) \Delta^-(x), \quad (3.86)$$

tragen die Teilchen mit Δ^+ zur Vorwärtspropagation $x^0 > 0$ in der Zeit bei, während die Antiteilchen mit Δ^- "rückwärts in der Zeit" propagieren. Allerdings sind den Antiteilchen im Δ^- auch negative Frequenzen / Energien zugeordnet. Wegen

$$\Theta(-x^0) e^{i E_p x^0} \equiv \Theta(-x^0) e^{-i E_p |x^0|} \quad (3.87)$$

kann man den Negativ-Energie-Zustand, der rückwärts in der Zeit propagiert, auch re-interpretieren als Antiteilchen (mit tatsächlich positiver Energie), das vorwärts in der Zeit propagiert.

Der physikalische Inhalt dieser Interpretation wird deutlich an folgendem Beispiel:

Das komplexe Skalarfeld kann man als Modell für ein geladenes Pion, z.B. π^- , betrachten.

Dieses Pion kann man an einem Kernpotential V ~~elastisch~~ elastisch (Energiehaltend) streuen.

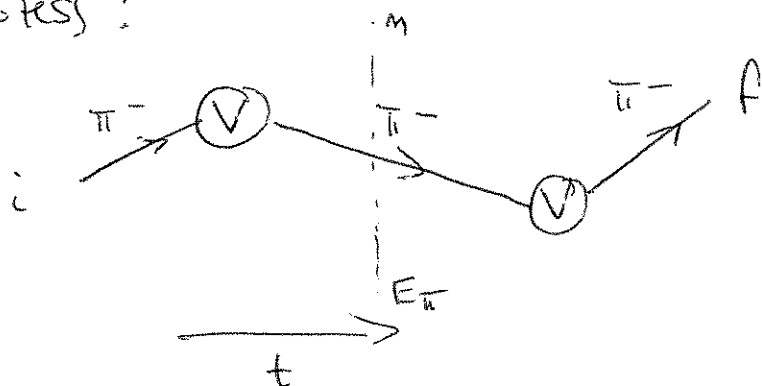
In 2. Ordnungs - Störungstheorie hat die quantenmechanische Streuamplitude die Form

$$M_{fi} \sim \sum_{n \neq i} \frac{\langle f | V | n \rangle \langle n | V | i \rangle}{E_i - E_n} \quad , E_i = E_f \text{ elastisch} \quad (3.88)$$

$\uparrow$ final $\uparrow$ initial

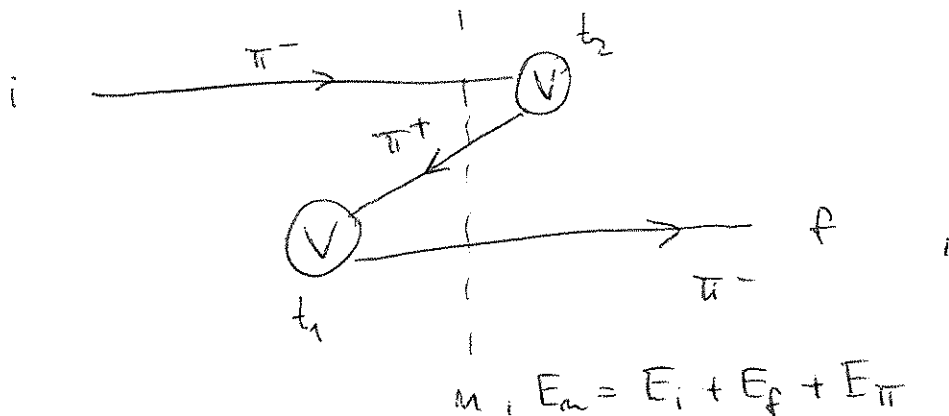
wobei über alle möglichen Zwischenzustände summiert werden muss.

In der nicht-relativistischen QM gibt es folgenden Prozess:



d.h. der Zwischenzustand ist wieder ein Pion
und der Energie-Nenner ist $\sim \frac{1}{E_i - E_\pi}$.

In der QFT enthalten die Propagatoren auch
Komponenten "rückwärts in der Zeit", d.h.



diese Zwischenzustände tragen Antiteilchenladung, d.h. π^+ ,

Diesem Prozess kann ich nun vorwärts in der Zeit
reinterpretieren als Paarerzeugung $\pi^+\pi^-$ zur Zeit t_1
und Paarannihilation zur Zeit $t_2 > t_1$.

Die Summe über beide Prozesse liefert

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{M_{fi}}} &\sim \frac{1}{E_i - E_\pi} + \frac{1}{E_i - (E_f + E_\pi)} = \frac{1}{E_i - E_\pi} - \frac{1}{E_i + E_\pi} \\
 &= \frac{2E_\pi}{E_i^2 - E_\pi^2} \stackrel{\substack{= \\ = \tilde{E}_i}}{=} \frac{2E_{\vec{p}}}{p_0^2 - E_p^2} = \frac{2E_{\vec{p}}}{p^2 - m^2} \equiv \underline{\underline{2E_{\vec{p}} \Delta_F(p)}} \\
 &\hspace{15em} (389)
 \end{aligned}$$

Die beiden Zeitordnungen summieren sich also zu einem Lorentz-invarianten Resultat, welches durch den Feynman-Propagator Δ_F gegeben ist.

Neben den diskutierten Propagatoren / Kommutatoren $\Delta, \Delta^\pm, \Delta_F$ gibt es noch verschiedene weitere, die für unterschiedliche Problemstellungen relevant sind:

$$\Delta = -i [\phi, \phi] = \Delta^+ - \Delta^-$$

Kommutator

$$\Delta_F = \Theta(x^0) \Delta^+ + \Theta(-x^0) \Delta^-$$

Feynman-Propagator
(kausal)

$$\Delta_D = \Theta(x^0) \Delta^- + \Theta(-x^0) \Delta^+$$

Dyson-Propagator
(antikausal)

$$\Delta_R = \Theta(x^0) \Delta$$

retardierter Propagator

$$\Delta_A = -\Theta(x^0) \Delta$$

avancierter Propagator

$$\Delta_1 = -i \{\phi, \phi\} = \Delta^+ + \Delta^-$$

Antikommutator