3.4 RG Scaling

3.4.1 Allgemeine Betrachtungen:

Annahme: im "theory space" (Raum aller möglichen Kopplungen) existiert ein Fixpunkt unter RG-Trafos

$$\{K'\} = R(\{K\}) \tag{3.53}$$

(NB: R hängt i.A. von den Details der coarse-graining Prozedur ab, z.B. speziell von b (Skalierungs-Parameter). => "Renormierungsschemenabhängigkeit")

Fixpunkt : $\{K\} = \{K_*\}$ in $\underline{\text{allen}}$ Kopplungen, $\{K_*\} = R(\{K_*\})$

Fixpunktregime:

$$K_i' - K_{i*} \simeq L_i{}^j (K_j - K_{j*}) + \mathcal{O}((K-K_*)^2)$$
$$\text{mit} \quad L_i{}^j = \frac{\partial R_i(\{K_*\})}{\partial K_j} \tag{3.54}$$

Seien $\{\phi^I\}$ die Linkseigenvektoren von $L_i{}^j$ (nicht notwendigerweise symmetrisch!) mit Eigenwert λ^I:

$$\phi^{Ii} L_i{}^j = \lambda^I \phi^{Ij} \qquad \text{(Summation nur über Index oben-unten).} \tag{3.55}$$

Def. Scaling Variable:

$$u^I = \phi^{Ii}(K_i - K_{i*}) \tag{3.56}$$

mit Transformationsverhalten

$$\underline{\underline{u^{I\,\prime}}} = \phi^{Ii}(K_i' - K_{i*}) \overset{(3.54)}{=} \phi^{Ii} L_i{}^j (K_j - K_{j*})$$

$$= \lambda^I \phi^{Ij}(K_j - K_{j*}) = \underline{\underline{\lambda^I u^I}} \qquad \text{(multiplikativ)} \qquad (3.57)$$

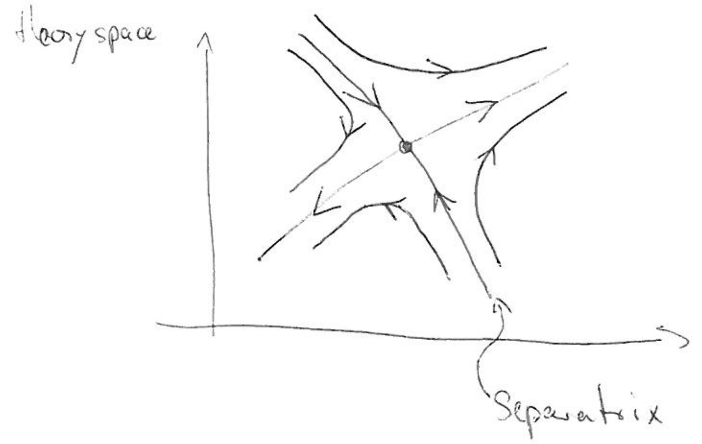
im Fixpunktregime.

Die scaling Variablen u^I bezeichnen Richtungen im "theory space", mit deren Hilfe die Wechselwirkungen der Theorie ~~/~~ des Systems im Fixpunktregime klassifiziert werden können. Sei

$$\lambda^I =: b^{\theta^I} \qquad (3.58)$$

- Falls $\theta^I > 0$ (eigentlich $\mathrm{Re}\,\theta^I > 0$), ist u^I <u>relevant</u>; RG-Trafos führen u^I weg vom Fixpunkt.
- Falls $\theta^I < 0$, ist u^I irrelevant; RG-Trafos iterieren u^I zu Null.
- Falls $\theta^I = 0$, ist u^I <u>marginal</u>; das linearisierte Fixpunktregime zu betrachten genügt nicht, höhere Ordnungen werden entscheidend. In jedem Fall verbleibt das System entlang marginaler Richtungen über viele Iterationen hinweg in Fixpunktnähe. (weitere Klassifikation: marginal-relevant / irrelevant)

Beispiel: betrachte einen Fixpunkt mit Δ relevanten Richtungen; dabei habe das System insgesamt n erlaubte Kopplungen, möglicherweise $n \to \infty$ (theory space: n-dimensional) $\Rightarrow$ $n - \Delta$ irrelevante Richtungen.



$\Rightarrow$ es gibt eine $n-\Delta$ dimensionelle Hyperfläche von Punkten, die in den Fixpunkt fließen.

$\Rightarrow$ Das IR Verhalten aller Systeme, die in der Nähe dieser $n-\Delta$ dimensionellen Hyperfläche starten, ist kontrolliert durch den Fixpunkt.

$\Rightarrow$ im IR hat das System alle mikroskopischen Details über $n-\Delta$ Parameter "vergessen"; das System ist bestimmt durch Δ relevante Parameter ("Knöpfe" für den Experimentator), z.B. T und H für den uniaxialen Ferromagneten, p und T für die einfache Flüssigkeit

$\Rightarrow$ <u>Universalität</u>: völlig verschiedene mikroskopische Systeme, die sich in ihren irrelevanten Parametern unterscheiden aber gleiche relevante Parameter haben, zeigen gleiches IR Verhalten.
(Bsp: Ising-Modell und verallgem. Ising-Modell mit "übernächster" Nachbar-WW)

$\Rightarrow$ ein kritischer Fixpunkt definiert eine <u>Universalitäts-klasse</u> (Systeme mit gleichem IR Verhalten)

3.4.2 Freie Energie und kritische Exponenten im Ising Modellen

vgl. uniaxiale Ferromagnete: 2 experim. "Knöpfe" T und H

$\Rightarrow$ 2 relevante Richtungen $\Theta_t, \Theta_h > 0$

$\Rightarrow$ 2 Scaling Variable u_t, u_h

$\Rightarrow$ IR Physik wird bestimmt durch 2 physik. Parameter:

t, h (Deviationen vom Fixpunkt)

Scaling Variable: analytisch in t, h (vgl. 3.56)

(gilt auch nach einigen RG-Schritten, da RG-Trafo analytisch)

$$\Rightarrow \quad u_t = t/t_0 + \mathcal{O}(t^2, h^2) \quad \text{Bestimmt durch Spin-Umklapp-Symmetrie}$$

$$u_h = h/h_0 + \mathcal{O}(th) \qquad (3.59)$$

(t_0, h_0: nicht-universelle Konstanten)

(Reminder: RG Trafo in 1D ising: $\mathcal{H}(\sigma) \to \mathcal{H}'(\sigma') = Ng(K) - K' \sum_j \sigma'_j \sigma'_{j+1}$

freie Energie pro site: $f(K) = -N^{-1} \ln Z$, $f(K') = -N'^{-1} \ln Z$

$$\Rightarrow \quad f(K) = g(K) + \frac{N'}{N} f(K') \quad)$$

Allgemeines Trafo-Verhalten der freien Energie pro Site:

$$f(\{K\}) = g(\{K\}) + b^{-d} f(\{K'\}) \qquad (3.60)$$

mit $N' = b^{-d} N$ (b: Blocking-Parameter, Block-Länge)

Da $g(\{K\})$ durch Mittelung über kurzreichweitige Fluktuationen entsteht, kann $g(\{K\})$ nicht zu den kritischen Singularitäten beitragen (von langreichweitigen Flukt.)

$\Rightarrow$ Singulärer Teil der freien Energie:

$$f_S(\{K\}) = b^{-d} f_S(\{K'\}) \tag{3.61}$$

$\Rightarrow$ Ising-Modell nahe am Fixpunkt:

$$f_S(u_t, u_h) \overset{1.\text{RG}}{=} b^{-d} f_S(b^{\theta_t} u_t, b^{\theta_h} u_h) \overset{n\text{RG}}{=} b^{-nd} f_S(b^{n\theta_t} u_t, b^{n\theta_h} u_h) \tag{3.62}$$

(hier: irrelevante Variable $u_3, u_4 \dots$ ignoriert, wegen $b^{n\theta_3} u_3 \to 0$)

Sei nach einigen RG Trafos

$$|b^{n\theta_t} u_t| = u_{t0}$$

(u_{t0} sei noch im linearisierten FP Regime, d.h. n nicht zu groß)

$$\Rightarrow b^{n\theta_t} = \left|\frac{u_{t0}}{u_t}\right| \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1}{\theta_t} \frac{\ln\left|\frac{u_{t0}}{u_t}\right|}{\ln b}$$

$$\Rightarrow f_S(u_t, u_h) = \left|\frac{u_{t0}}{u_t}\right|^{-\frac{d}{\theta_t}} \cdot f_S\left(\pm u_{t0}, u_h \left|\frac{u_t}{u_{t0}}\right|^{-\frac{\theta_h}{\theta_t}}\right) \tag{3.63}$$

LHS: unabh. vom u_{t0} $\Rightarrow$ RHS hat nur spuriose Abh. von u_{t0}

elementare Variable: t, h $\Rightarrow$ u_{t0} kann in t_0 absorbiert werden

$$\Rightarrow f_S(t,h) = |t/t_0|^{\frac{d}{\theta_t}} \, \Phi\left(\frac{h/h_0}{(|t/t_0|)^{\theta_h/\theta_t}}\right) \tag{3.64}$$

Φ: Scaling Funktion (kann verschieden sein für $t \gtrless 0$)

Kritische Exponenten:

- Spezifische Wärme $\sim \left.\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right|_{h=0} \sim \Phi(0)\,|t|^{\frac{d}{\theta_t}-2} \sim |t|^{-\alpha}$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 2 - \frac{d}{\theta_t}} \qquad (3.65a)$$

- Spontane Magnetisierung $\sim \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_{h=0} \sim \Phi'(0)\,|t|^{\frac{d-\theta_h}{\theta_t}} \sim |t|^{\beta}$

$$\Rightarrow \beta = \boxed{\frac{d-\theta_h}{\theta_t}} \qquad (3.65b)$$

- Suszeptibilität $\sim \left.\frac{\partial^2 f}{\partial h^2}\right|_{h=0} \sim \Phi''(0)\,|t|^{\frac{d-2\theta_h}{\theta_t}} \sim |t|^{-\gamma}$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{2\theta_h - d}{\theta_t}} \qquad (3.65c)$$

- Magnetisierung für $t \to 0$:

$$M = \frac{\partial f}{\partial h} = \left|\frac{t}{t_0}\right|^{\frac{(d-\theta_h)}{\theta_t}} \Phi'\left(\frac{h/h_0}{|t/t_0|^{\theta_h/\theta_t}}\right)$$

damit $\lim_{t\to 0}$ existiert, muß $\Phi'(x) \sim x^{\frac{d}{\theta_h}-1}$ für $x \to \infty$

$$\Rightarrow \quad M \sim h^{\frac{d}{\theta_h}-1} \sim h^{1/\delta} \quad \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{\theta_h}{d-\theta_h}} \qquad (3.65d)$$

$\Rightarrow$ 4 thermodynamische Hauptexponenten folgen aus 2 Eigenwerten der RG.

$\Rightarrow$ Scaling Relationen im Ising-Modell:

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha + 2\beta + \gamma &= 2 \\ \alpha + \beta(1+\delta) &= 2 \end{aligned}} \tag{3.66}$$

3.4.3 Scaling der Korrelationsfunktion

Korrelationsfunktion auf feinem Gitter: $G(r_1 - r_2 \, ; \mathcal{H})$

$\mathcal{H}$: Hamiltonian

" auf geblocktem Gitter:

$$G'(r_1 - r_2 \, ; \mathcal{H}') = G\left(\frac{(r_1-r_2)}{b} \, ; \mathcal{H}'\right) \tag{3.67}$$

Nahe am Fixpunkt muß gelten

$$G\left(\frac{(r_1-r_2)}{b} \, ; \mathcal{H}'\right) = b^{p} \; G\left((r_1-r_2) \, ; \mathcal{H}\right), \tag{3.68}$$

aber mit welchem p?

Korrelationsfunktion:

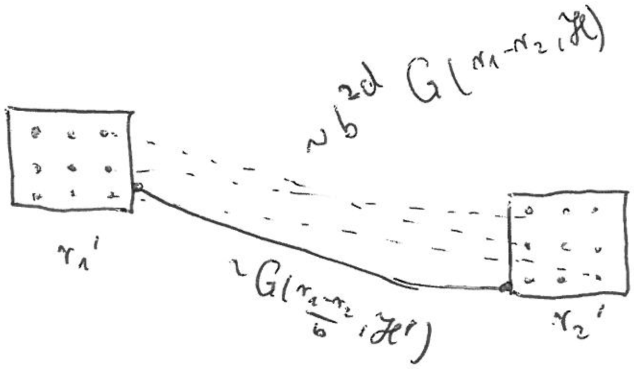
$$\begin{aligned} G(r_1 - r_2 \, ; \mathcal{H}) &= \langle \sigma(r_1)\, \sigma(r_2) \rangle_{\mathcal{H}} - \langle \sigma(r_1) \rangle_{\mathcal{H}} \langle \sigma(r_2) \rangle_{\mathcal{H}} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial h(r_1)\, \partial h(r_2)} \ln Z \Big|_{h(x)=0} \end{aligned} \tag{3.69}$$

Nahe am Fixpunkt gilt: $u_h \simeq h/h_0$, $u_h' = b^{\Theta_h} u_h$

$$\Rightarrow \quad h'(r') = b^{\Theta_h} h(r) \qquad \text{(für } h(r) \text{ langsam veränderlich)}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{p \simeq -2\Theta_h + \ldots} \qquad (\text{für } r_1 - r_2 \text{ groß}) \qquad (3.70a)$$

<u>Scaling</u> <u>Beitrag</u>



$\Rightarrow$ Jedes $G(\frac{r_1-r_2}{b}, \mathcal{H}')$ "enthält" $b^{2d}\, G(r_1-r_2, \mathcal{H})$ für r_1-r_2 groß.

$$\Rightarrow \quad \underline{p \simeq 2d + \ldots} \qquad \text{dimensioneller } \underline{\text{Beitrag}} \qquad (3.70b)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{G\left(\frac{(r_1-r_2)}{b}; \mathcal{H}'\right) = b^{2(d-\Theta_h)}\, G(r_1-r_2; \mathcal{H})}} \qquad (3.71)$$

Scaling der Korrelationsfunktion

Für $\underline{\underline{h=0}}$ gilt:

$$G(r,t) \overset{1RG}{=} b^{-2(d-\Theta_h)}\, G(r/b, b^{\Theta_t} t) \overset{nRG}{=} b^{-2n(d-\Theta_h)}\, G(r/b^n, b^{n\Theta_t} t)$$

Sei n gegeben durch den Punkt, an dem $b^{n\Theta_t} |t/t_0| =: 1$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{G(r,t) = |t/t_0|^{2\frac{(d-\Theta_h)}{\Theta_t}}\, \Psi\left(\frac{r}{|t/t_0|^{-1/\Theta_t}}\right)}} \qquad (3.72)$$

mit anderer Scaling Funktion $\overline{\Psi}$.

Da wir für $t \neq 0$ einen exponentiellen Abfall der Korrelationen mit großem r erwarten, muß $\overline{\Psi}(x) \sim e^{-x}$ für $x \to \infty$, so daß $G(\frac{r}{\xi} \gg 1) \sim e^{-\frac{r}{\xi}}$

$$\Rightarrow \quad \xi \sim |t|^{-1/\Theta_t} \sim |t|^{-\nu}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\nu = \frac{1}{\Theta_t}} \qquad (3.73)$$

Für $\underline{\underline{t=0}}$ gilt:

$$G(r) \overset{1RG}{=} b^{-2(d-\Theta_h)}\, G(r/b) \overset{nRG}{=} b^{-2n(d-\Theta_h)}\, G(r/b^n)$$

$$\Rightarrow \quad G(r) \sim \frac{1}{r^{2(d-\Theta_h)}} \sim \frac{1}{r^{d-2+\eta}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\eta = d+2-2\Theta_h} \qquad (3.74)$$

$\Rightarrow$ Kritische Exponenten der Korrelationsfunktion auch gegeben durch Θ_t und Θ_h

$\Rightarrow$ Hyperscaling Relationen (verknüpfen Spin-Korrelationen mit thermodyn. Exponenten)

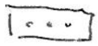
$$\alpha = 2 - d\nu$$
$$\gamma = \nu(2-\eta) \qquad (3.75)$$

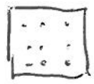
(NB: Voraussetzungen für Hyperscaling:

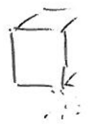
- WW am Fixpunkt müssen hinreichend kurz-reichweitig sein (vgl. 3.70 a+b)
- es darf keine "gefährlichen" irrelevanten Variablen geben, die die freie Energie beeinflussen, aber nicht die Korrelationsfunktion)

3.44 Ising-Modell nahe 4 Dimensionen

Je höher die Zahl der Dimensionen, desto ungeeigneter ist eine einfache Block-Spin-Trafo, die das Mittel über alle Spins in einem Block auf $\sigma' = \pm 1$ abbildet:

$d = 1$:  $\in \{+3, +1, -1, -3\} \rightsquigarrow \pm 1$

$d = 2$:  $\in \{+9, +7, +5, \dots, -9\} \rightsquigarrow \pm 1$

d :  $\in \underbrace{\{b^d, b^d - 2, \dots, b^d\}}_{\# = b^d + 1 \text{ Elemente nach 1 Block-Spin Trafo}}$

Besser: "Kontinuierlicher" Spin $\phi(x) \in \mathbb{R}$, der um ± 1 "gepeaked" ist:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{x,x'} J(x-x')\, \phi(x)\, \phi(x') - H \sum_x \phi(x) + \underset{\text{"Lagrange-Multiplyer"}}{\lambda} \sum_x \left(\phi(x)^2 - 1\right)^2 \qquad (3.76)$$

(NB: Dies sieht nach einer starken Änderung der mikroskopischen Theorie aus; im Sinne der Universalität können jedoch die Unterschiede zur Theorie mit diskreten Variablen "irrelevant" sein. Ein Beweis dieser Irrelevanz ergibt sich in der Tat erst, wenn man beide Theorien löst, und der direkte Vergleich zeigt, daß beide in der gleichen Universalitätsklasse sind. Dies sei im Folgenden angenommen.)

Annahme: langreichweitige Physik ist dominiert durch kurzreichweitige WW:

$$\sum_{x,x'} J(x-x')\,\varphi(x)\varphi(x') \simeq \sum_{x',x} J(x-x')\,\varphi(x)\Big[\varphi(x) + (x-x')\cdot\nabla\varphi(x) + \tfrac{1}{2}(x-x')^2\nabla^2\varphi(x) + \dots\Big]$$

$$= J\sum_x \left(\varphi(x)^2 - R^2a^2(\nabla\varphi)^2 + \dots\right) \tag{3.77}$$

mit $J = \sum_{x'} J(x')$, $R^2a^2J = \sum_{x'} x'^2 J(x')$

(nach sorgfältiger Symmetrisierung und partieller Integration)

$\sum \to \int$

$$\Rightarrow\ H = \int\Big[\tfrac{1}{2}Ja^2R^2(\nabla\varphi)^2 - (2\bar\lambda + J)\varphi^2 + \bar\lambda\varphi^4 - H\varphi\Big]\frac{d^dx}{a^d} \tag{3.78}$$

Normierung: $\varphi^2 \to \dfrac{a^{d-2}}{JR^2}\varphi^2$

$$H = \int\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + t\,a^{-2}\varphi^2 + u\,a^{d-4}\varphi^4 - h\,a^{-\frac{d}{2}-1}\varphi\Big]d^dx \tag{3.79}$$

mit

$$t = -\frac{(2\bar{\lambda}+J)}{JR^2} \quad , \quad u = \frac{\lambda}{J^2 R^4} \quad , \quad h = +\frac{H}{J^{1/2} R}$$

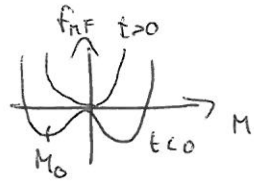
(Landau - Ginzburg - Wilson Hamiltonian)

Mean-Field Theory:

Annahme: Freie Energie sei nach Integration über Fluktuationen vom der Form H_{LGW} mit $\Phi \to M$ (mean-field Magnetisierung):

$$f_{MF}(M) = a_1 + a_2 t M^2 + a_3 M^4 + a_4 H M + \dots \quad , \tag{3.80}$$

$$t = \frac{T - T_c}{T_c} \quad \text{(reduzierte Temperatur)} \quad ,$$



$a_i \simeq$ const (schwach abh. von t)

$\Rightarrow$ kritische Exponenten

z.B β: $H=0$, $t<0$: $M_0 \sim (-t)^{1/2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\beta_{MF} = \frac{1}{2}}$ (Position des Minimums)

γ: $H>0$, $t>0$: $M_0 \overset{H\to 0}{\simeq} \frac{a_3 H}{a_1 t}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\gamma_{MF} = 1}$

ähnlich $\boxed{\alpha_{MF} = 0}$ $\boxed{\delta_{MF} = 3}$

von MFT für Korrelationsfunktion: $\boxed{\nu_{MF} = \frac{1}{2}}$ $\quad \xi \sim \frac{1}{\sqrt{t}}$

$$\boxed{\eta_{MF} = 0} \tag{3.81}$$

MFT:

- erstaunlich universell: unabh. von d z.B.
- beruht auf der Annahme, daß die effektive freie Energie eine analytische Funktion des Ordnungsparameters ist.

  (⇒ Landau-Theorie der Phasenübergänge)
- vernachlässigt Fluktuationen
  (qualitativ O.K., wenn Korrelationslänge ξ klein gegen Reichweite R der WW)

  Ginzburg Kriterium: $\xi^{4-d} \ll R^4$

  ⇒ MFT in der Regel gut in $d>4$

Kritische Exponenten in $d<4$:

Problem: Kopplungskonstante $\lambda = u\, a^{d-4} = \frac{u}{a^{4-d}}$ ist dimensionsbehaftet.

Nahe am kritischen Punkt ist ξ die physikalische Skala

⇒ Entwicklungsparameter einer möglichen Störungsreihe:

$$g = \lambda\, \xi^{4-d}$$

ABER: $g \to \infty$ für $\xi \to \infty$ am kritischen Punkt

Störungsentwicklung bricht zusammen!

$\Rightarrow$ ε - Entwicklung

$d=4$: Entwicklungsparameter dim'los, Störungsreihe ist möglich

Idee: Berechne Theorie im $d = 4 - \varepsilon$ Dimensionen und Entwickle im ε

kontinuierliche Variable $\phi(x)$ $\Rightarrow$ Feldtheorie

Identifiziere: Stat. System $\Leftrightarrow$ Euklidische QFT

Gibbs Freie Energie $\Leftrightarrow$ effektive Wirkung

Studiere (statt Skalenabhängigkeit vom Blockspin-Parameter b) Skalenabhängigkeit vom RG Skala μ

Universalitätsklasse Ising-Modell $\Leftrightarrow$ ϕ^4 - Theorie

Wirkung (Feldtheorie) $\hat{=}$ Hamiltonian

$$S \equiv H = \int \left[\frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 - J\phi \right] d^d x \qquad (3.82)$$

Berechne Renormierungsfunktionen als Funktion vom dim'losen Kopplung

$$g = \lambda \mu^{d-4} = \frac{\lambda}{\mu^\varepsilon} \qquad (3.83)$$

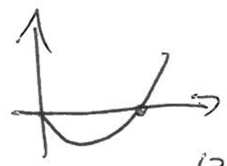
β Funktion:

$$\mu \frac{\partial g}{\partial \mu} \equiv \beta_g(g) = \left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{1}{\mu^\varepsilon} \right) \lambda + \frac{1}{\mu^\varepsilon} \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \lambda = -\varepsilon g + g \frac{\beta_\lambda(\lambda = \mu^\varepsilon g)}{\lambda}$$

$$= -\varepsilon g + \beta_\lambda^{d=4}(g) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \qquad (3.84)$$

$$\beta_\lambda(\lambda) = \frac{3\lambda^2}{16\pi^2}$$

$$\Rightarrow \quad \mu \frac{\partial g}{\partial \mu} = \beta_g(g) = -(4-d)\, g + \frac{3g^2}{16\pi^2} + \ldots =$$



(3.85)

$\Rightarrow$ Wilson-Fischer Fixpunkt

$$g_* = \frac{16\pi^2}{3}(4-d) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad \text{IR attraktiv, stabil} \tag{3.86}$$

Kritische Exponenten: (siehe Callan-Symanzik Gleichung)

(Block-Spin Trafo: $\nu = \frac{1}{\theta_t}$, $\quad t' = b^{\theta_t}\, t$

Betrachte $b = \left(1 - \frac{\delta\mu}{\mu}\right)$ $\qquad \delta\mu \hat{=}$ "Impulsraumschale"

$$\Rightarrow \quad t' = \left(1 - \frac{\delta\mu}{\mu}\theta_t\right) t$$

$$\Rightarrow \quad \mu \frac{\partial t}{\partial \mu} = -\theta_t\, t \equiv \beta_t \quad) \tag{3.87}$$

Vgl. LGW-Hamiltonian: $\frac{1}{\xi^2} = m_R^2 \sim \mu^2 t$

$$\Rightarrow \quad \mu \partial_\mu t = -2t + \frac{1}{\mu^2} \underbrace{\mu \partial_\mu m_R^2}_{m_R^2 \eta_2} \overset{(2.64)}{=} -(2-\eta_2)\, t$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\nu = \frac{1}{\theta_t} = \frac{1}{2-\eta_2(g_*)}} \tag{3.88}$$

η_2 erhalten wir aus (2.47) und (2.64) (siehe auch p. 41 unten)

$\left(\delta m^2 \sim \frac{m_R^2}{16\pi^2} \lambda \ln\frac{\mu}{m_R}\right)$

$$\eta_2 = \frac{\lambda}{16\pi^2} \tag{3.89}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\nu = \frac{1}{2-\frac{(4-d)}{3}}}} = \underline{\underline{\frac{3}{2+d}}} \qquad (3.90)$$

$\Rightarrow d=3: \qquad \nu = 0.60 \qquad$ (Experiment: $0.64(2)$)

(ε^5-Entwicklung + Borel resummation: $\nu = 0.630(2)$)
Lattice: $\nu = 0.631(3)$

Anomale Dimension: QFT: $G(p) \sim \frac{1}{(p^2)^{1-\frac{\eta}{2}}}$ $(d=4)$

Kritischer Exponent: stat. Physik: $G(x) = \frac{1}{x^{d-2+\eta}}$

Fouriertrafo $\quad p \longleftrightarrow \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \quad \eta_{\text{krit. Exp.}} = \eta_{\text{anom. dim.}}(g_*) \qquad \left(\eta(\lambda) = 0 + \mathcal{O}(\lambda^2)\right)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\eta = \frac{1}{54}\varepsilon^2}} \qquad (\simeq 0.02 \text{ für } d=3) \qquad (3.91)$$

Experiment: $(0.016(7) - 0.04(2))$

ε^5: $0.032(3)$

Lattice: $0.027(5)$

Bemerkungen:

- Konvergenzverhalten der ε-Entwicklung unklar (bestenfalls asymptotische Reihe)
- Bei Rechnungen höherer Ordnung ist eine Borel-Resummation "empfehlenswert"
- $\varepsilon = 2$ verläßlich? Ising in $d=2$:

	ε	exact
ν	0.99(4)	1
η	0.26(5)	0.25