

## Klausuraufgaben zur Thermodynamik/Statistischen Physik

### Aufgabe 1: Verständnisfragen

1+2+1+1+1 Klausurpunkte = 3 Bonuspunkte

1. Zwei Behälter mit demselben Gas seien im thermischen Kontakt. Welche Größen haben in beiden Systemen denselben Wert, wenn
  - nur Energieaustausch möglich ist,
  - wenn Energie- und Teilchenaustausch möglich ist?
2. Was ist die Legendre-Transformation einer Funktion  $f$ ? Nennen Sie (ohne Beweis) 3 Eigenschaften der Transformation.
3. Wie lautet die Relation, welche die Steigung der Koexistenzkurve  $p = p(T)$  bei einem Phasenübergang 1. Ordnung bestimmt?
4. Wie sind die mikrokanonische, kanonische und großkanonische Gesamtheit charakterisiert (denken Sie an die Variationsprinzipien)?
5. Was ist die physikalische Bedeutung der thermischen de Broglie Wellenlänge? Wie hängt sie von der Temperatur  $T$  ab?

### Aufgabe 2: Carnot'scher Kreisprozess

1+2 Klausurpunkte = 1.5 Bonuspunkte

Wir betrachten hier den Carnot'schen Kreisprozess.

1. Beschreiben Sie den Prozess im  $(p, V)$  und im  $(S, T)$  Diagramm.
2. Skizzieren Sie die Herleitung des maximalen Wirkungsgrades  $\eta_c$ . Warum hängt  $\eta_c$  nicht vom Arbeitsmedium ab?

### Aufgabe 3: Van der Waals Gas

1+1+1 Klausurpunkte = 1.5 Bonuspunkte

Betrachten Sie ein Material, das die van der Waal'sche Zustandsgleichung erfüllt:

$$p(T, V) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

1. Zeigen Sie, dass die spezifische Wärme  $C_V$  nicht vom Volumen abhängt.
2. Verifizieren Sie, dass sich die innere Energie in der Form

$$U(T, V) = \int C_V(T) dT + f(V)$$

schreiben lässt und bestimmen Sie  $f(V)$ .

3. Berechnen Sie die Differenz der Wärmekapazitäten.

### Aufgabe 4: Legendre Transformation

1+1 Klausurpunkte = 2 Bonuspunkte

1. Berechnen Sie die Legendretransformation  $\tilde{f}(y)$  von

$$f(x) = ae^{bx} - cx, \quad (a, b, c > 0)$$

2. Skizzieren Sie  $f$  und  $\tilde{f}$  für  $a = b = c = 1$ .

**Aufgabe 5: Wahrscheinlichste Verteilung**

2+1 Klausurpunkte = 3 Bonuspunkte

Es sei  $p_i, i = 1, \dots, N$  die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Ereignis  $i$ . Die Entropie eines Zustandes, gegeben durch die Wahrscheinlichkeiten  $\{p_i\}$  ist

$$S = -k \sum p_i \log p_i$$

1. Zeigen Sie  $0 \leq S \leq k \log N$ .
2. Für welche Zustände nimmt  $S$  das Minimum und für welche das Maximum an?

**Aufgabe 6: Ultrarelativistisches klassisches Gas**

1+1+1 Klausurpunkte = 3 Bonuspunkte

1. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme eines idealen, ultrarelativistischen ( $E = |\mathbf{p}|c$ ), klassischen Gases.
2. Berechnen Sie die spezifische Wärmekapazität  $C_V$ .
3. Erklären Sie mit Hilfe allgemeiner Annahmen, wieso die spezifische Wärmekapazität diese Form besitzt.

Hinweis:  $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx = 2$ .