

## Übungen zur Thermodynamik/Statistischen Physik

### Blatt 6

#### Aufgabe 18: Wärmekapazität des van der Waals-Gases

2+1 = 3 Punkte

Die thermische Zustandsgleichung des van der Waals-Gases lautet

$$\left(p + \frac{N^2 a}{V^2}\right)(V - Nb) = NkT.$$

1. Berechnen Sie die Differenz der Wärmekapazitäten  $C_p - C_V$ .
2. Geben Sie die bei einem Gay-Lussac-Versuch auftretende Temperaturänderung an, wenn  $C_V = \text{const}$  angenommen werden darf.

#### Aufgabe 19: Gauß'sche Integrale

2+1 = 3 Punkte

a) Zeigen Sie, dass für ein  $\alpha$  mit  $\Re(\alpha) > 0$  gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha}{2}x^2 + \beta x\right) dx = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} e^{\beta^2/2\alpha}$$

b) Berechnen Sie damit das folgende Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp(-\alpha x^2) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Hinweis: Um b) zu lösen genügt die Lösung von a) für  $\beta = 0$ .

#### Aufgabe 20: Maxwell-Verteilung

1+2+1 = 4 Punkte

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen mit Masse  $m$  in einem Gas der Temperatur  $T$  sei

$$p(\mathbf{v}) = \frac{1}{\mathcal{N}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right).$$

1. Bestimmen Sie die Konstante  $\mathcal{N}$ .
2. Berechnen Sie den Mittelwert der Geschwindigkeit  $v = |\mathbf{v}|$ , und die mittlere kinetische Energie  $\langle E \rangle = m\langle v^2 \rangle/2$ .
3. Vergleichen Sie die kinetische Energie eines Teilchens mit mittlerer Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  zur mittleren kinetischen Energie.

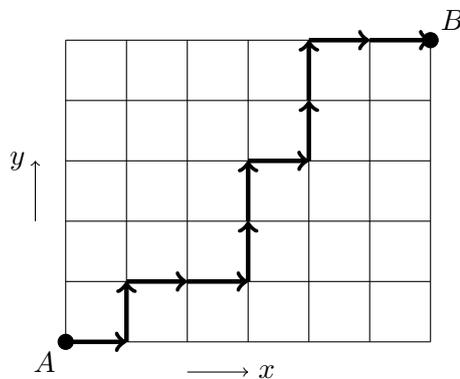
Hinweis: Nutzen Sie Ihre Ergebnisse von Aufgabe 19. Außerdem gilt

$$\int_0^{\infty} dx e^{-ax^2/2} x^3 = \frac{2}{a^2}.$$

**Aufgabe 21: Anzahl Wege auf dem Gitter**

1+1 = 2 Punkte

Wir betrachten ein  $6 \times 5$  Rechteck-Gitter, siehe Abbildung. Was ist die minimale Anzahl an Schritten, um von  $A$  nach  $B$  zu gelangen? Wie viele Wege zwischen  $A$  und  $B$  gibt es mit dieser Anzahl an Schritten? In der Abbildung ist eine Möglichkeit skizziert.



**Abgabetermin: vor der Vorlesung am Mittwoch, den 28.11.2018**