

Übungen zur Thermodynamik/Statistischen Physik**Blatt 2****Aufgabe 5: Ein Photonengas**

1+4+2 = 7 Punkte

Ein Photonengas wird durch die thermische und kalorische Zustandsgleichung

$$pV = \frac{1}{3}U, \quad U = bVT^4$$

beschrieben. Wir betrachten den Carnot'schen Kreisprozess mit dem Photonengas als Arbeitssubstanz.

- Zeichnen Sie zuerst den Kreisprozess im p, V -Diagramm.
- Berechnen Sie die umgesetzten Wärmemengen und Arbeiten in den vier Teilprozessen.
- Bestimmen Sie damit den Wirkungsgrad.

Alle Ergebnisse sollen nur noch die Temperaturen T_1 , T_2 und die Volumina V_1 , V_2 enthalten.

Hinweise:

1. Beschaffen Sie sich zuerst den Adiabatenindex κ in der Poisson-Gleichung $bV^\kappa = \text{const}$ mithilfe des ersten Hauptsatzes.
2. Die Isothermen im p, V -Diagramm sind sehr spezielle Kurven!

Aufgabe 6: Kalorische und thermische Zustandsgleichung

2+1 = 3 Punkte

a) Beweisen Sie die Relation

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

zwischen kalorischer Zustandsgleichung $U = U(T, V)$ und thermischer Zustandsgleichung $p = p(T, V)$.

b) Wie lautet diese Beziehung für ein ideales Gas?

Hinweis: Leiten Sie $U(V, S)$ bei konstanter Temperatur nach V ab. Sie werden vmtl. die später in der Vorlesung bewiesene Maxwellrelation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

benötigen.

Aufgabe 7: Legendre Transformation

2+2+2 = 6 Punkte

a) Berechne $\mathcal{L}f$ und $\mathcal{L}^2 f$ für $f(x) = \exp(x)$ mit der aus der Mechanik bekannten (naiven) Legendre Transformation $f^*(y) = xy - f(x)$ mit $x(y)$ aus $y = f'(x)$. Wie sieht die Rücktransformation der naiven Transformation aus?

b) Berechne die Legendre Transformierte der Funktion

$$f_1(x) = \begin{cases} x^2/2 & x \leq 1 \\ x - 1/2 & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 7/2 & x \geq 2. \end{cases}$$

Warum versagt die naive Definition der Legendre-Transformation hier?

c) Berechne die Legendre Transformierte der Funktion

$$f_2(x) = \begin{cases} x^2/2 & x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 5/2 & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 7/2 & x \geq 2. \end{cases}$$

die nicht konvex ist. Wie sieht die rücktransformierte Funktion $(\mathcal{L}^2)(f)$ aus?

Abgabetermin: vor der Vorlesung am Freitag, den 02.11.2018