

11. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 12. Semesterwoche auf Moodle.

Aufgabe 27: (6 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie die Entropie des zufälligen Würfels einer Zahl nach der Szilard'schen Formel.
- (b) Vergleichen Sie das Resultat mit dem der Boltzmann-Formel.

Aufgabe 28: (10 Punkte)

Im kanonischen Ensemble ist die Energie nicht vorgegeben sondern stellt sich für das betrachtete System durch Austausch mit dem Wärmebad im Gleichgewicht ein. Als Maß für die statistischen Fluktuationen um den Mittelwert U der Energie dient die Varianz, also die mittlere quadratische Fluktuation: $\delta E^2 = \langle (E - U)^2 \rangle$. Berechnen Sie diese Varianz in folgender Weise

- (a) Zeigen Sie mit $U = \langle E \rangle$, dass die Varianz als $\delta E^2 = \langle E^2 \rangle - U^2$ geschrieben werden kann
- (b) Zeigen Sie, dass $\langle E^2 \rangle$ durch geeignete Ableitungen der Zustandssumme nach der inversen Temperatur β geschrieben werden kann.
- (c) Zeigen Sie, dass $\langle E^2 \rangle$ ebenso durch die innere Energie U und geeignete Ableitungen der inneren Energie nach der inversen Temperatur β geschrieben werden kann.
- (d) Schreiben Sie nun die Varianz als Funktion der Wärmekapazität $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$.
- (e) Verwenden Sie nun den Fall eines idealen Gases, um die relativen Fluktuationen $\frac{\delta E}{U}$ als Funktion der Zahl der Freiheitsgrade und der Teilchenzahl zu schreiben. Schätzen Sie die Größe der Fluktuationen für ein Mol eines solchen Gases ab. Was geschieht im thermodynamischen Limes?

Aufgabe 29: (10 Punkte)

Berechnen Sie die thermodynamischen Eigenschaften eines Satzes von N klassischen, unterscheidbaren harmonischen Oszillatoren der Frequenz ω , und gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- (a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z_c(T, V, N)$ explizit. (Hinweis: Das Ergebnis lautet $Z_c = \left(\frac{k_B T}{\hbar_0 \omega} \right)^N$ mit $\hbar_0 = \frac{h_0}{2\pi}$)
- (b) Bestimmen Sie daraus die freie Energie F , woraus Sie wiederum die thermodynamische Zustandsgleichung für den Druck p , sowie die Entropie S bestimmen können.
- (c) Zeigen Sie, dass für die innere Energie $U = F + TS = Nk_B T$ folgt. Dies bestätigt, dass Schwingungen im Gleichverteilungssatz verglichen mit ungebundenen Bewegungen "doppelt" zählen.