

09. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 10. Semesterwoche auf Moodle.

Aufgabe 22: (8 Punkte)

Bestimmen Sie die freie Energie F eines idealen Gases als Funktion ihrer natürlichen Variablen T und V . Parametrisieren Sie das Ergebnis mit Hilfe der Wärmekapazität C_V und des Adiabatenindex $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Verifizieren Sie, dass sich der Druck p aus F berechnen lässt gemäß $\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -p$.

Aufgabe 23: (12 Punkte)

Eine Verallgemeinerung der idealen Gasgleichung ist die Zustandsgleichung für das sogenannte van-der-Waals-Gas, welches das Verhalten realer Gases quantitativ besser erfasst:

$$\left(p + \left(\frac{N}{V}\right)^2 a\right) \left(\left(\frac{V}{N}\right) - b\right) = k_B T,$$

mit den Konstanten $a, b > 0$. (p : Druck, T : Temperatur, V : Volumen, N : Teilchenzahl)

- Welche Bedeutung hat die Konstante b ? Betrachten Sie dazu den Limes $T \rightarrow 0$ für festgehaltene Teilchenzahl.
- In welchem Limes folgt die ideale Gasgleichung (bei festgehaltenen Konstanten a und b)? Interpretieren Sie diesen Limes.
- Das van-der-Waals-Gas mit gegebener fester Teilchenzahl N vergrößert sein Anfangsvolumen um einen Faktor r durch isotherme Expansion. Welche Arbeit ΔW wird dabei geleistet? Zeigen Sie, dass das van-der-Waals-Gas im Fall attraktiver Wechselwirkung der Gasteilchen ($a > 0$) weniger Arbeit verrichtet als das ideale Gas im vergleichbaren Fall (d.h., für $b = 0$). (Der a -Term parametrisiert somit den sogenannten Binnendruck.)
- Allgemein gilt, dass die thermodynamischen Potentiale aus der Kenntnis der Zustandsgleichung und der Wärmekapazität bestimmt werden können. Zeigen Sie durch Integration im (T, V) -Raum, dass die innere Energie $U(T, V)$ des van-der-Waals-Gases für konstante Wärmekapazität $C_V \simeq \text{const.}$ geschrieben werden kann als

$$U(T, V) = C_V T - a \frac{N^2}{V} + \text{const.}$$

und die innere Energie somit im Fall realer Gase i.A. Volumen-abhängig wird. Hinweis: $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$.

- In einem adiabatisch isolierten System wird ein van-der-Waals-Gas in einem Volumen V_1 bei Temperatur T_1 auf ein Volumen V_2 komprimiert. Berechnen Sie die Endtemperatur T_2 mit Hilfe des Resultats aus (d).