

08. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 9. Semesterwoche auf Moodle.

Aufgabe 15:

(8 Punkte)

Betrachten Sie ein System mit Koordinaten (x, y) . Nun transformieren Sie auf Koordinaten (x, u) , wobei u als Funktion von (x, y) dargestellt werden kann, $u(x, y)$. (NB: die Transformation sei regulär, so dass $x = x(y, u)$ existiert und eindeutig ist.) Nun soll die Veränderung von x mit y bei festgehaltenem u studiert werden.

(a) Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_u = \det \frac{\partial(x, u)}{\partial(y, u)}$$

mit Hilfe der Jacobi-Matrix $\frac{\partial(x, u)}{\partial(y, u)}$ geschrieben werden kann.

(b) Benutzen Sie die Kettenregel und den Produktsatz für Determinanten, um zu zeigen, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_u = - \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_y.$$

Aufgabe 16:

(8 Punkte)

Die freie Enthalpie $G(T, p) = U - TS + pV$ eines Systems sei (bei festgehaltener Teilchenzahl N) gegeben. Wie erhält man daraus die Zustandsgleichung $p(V, T)$ und die Wärmekapazität $C_V(V, T)$? Versuchen Sie, die Wärmekapazität vollständig durch geeignete Ableitungen der freien Enthalpie auszudrücken.

Aufgabe 17:

(10 Punkte)

Verwenden Sie die vorhergehende Aufgabe und die Maxwell-Relationen, um folgende Beziehungen zwischen den in der Vorlesung definierten Response-Funktionen herzuleiten,

$$\begin{aligned} \alpha &= p\beta\kappa_T, \\ \kappa_T &= \kappa_S + \frac{VT\alpha^2}{C_p}, \\ C_p &= C_V + \frac{VT\alpha^2}{\kappa_T} = C_V + pVT\alpha\beta. \end{aligned}$$