

06. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 7. Semesterwoche auf Moodle.

Aufgabe 11:

(10 Punkte)

Betrachten Sie (wechselwirkungsfreie) Elektronen in einem Volumen V bei Temperatur $T = 0$.

- Bestimmen Sie die Anzahl Ω von Phasenraumzellen der Größe h^3 (h : Planck'sches Wirkungsquantum), die einem Elektron mit Impuls $|\mathbf{p}| \leq p_F$ (Fermi-Impuls) zur Verfügung stehen.
- Wieviele Elektronen N_e passen in dieses Phasenraumvolumen unter der Voraussetzung, dass eine Phasenraumzelle nur von zwei Elektronen besetzt werden darf (Pauli-Prinzip; spin-up, spin-down)? Drücken Sie das Ergebnis durch die Fermi-Energie $E_F = \frac{p_F^2}{2m}$ aus.
- Drücken Sie nun umgekehrt die Fermi-Energie ($\hat{=}$ minimale mögliche Energie des energiereichsten Elektrons) durch die Anzahldichte $n_e = \frac{N_e}{V}$ der Elektronen aus (üblicherweise verwendet man noch $h = 2\pi\hbar$).
- Bestimmen Sie die mittlere Energie der Elektronen als Funktion von E_F .
- Wie also lautet die innere Energie U und der (Fermi-)Druck $p = -\frac{\partial U}{\partial V}$? Welcher Zusammenhang besteht zwischen Druck p und Energiedichte U/V ?

Aufgabe 12:

(10 Punkte)

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $f(v_x, v_y, v_z)$ der Geschwindigkeiten von Gaspartikeln, d.h., $f(v_x, v_y, v_z)dv_x dv_y dv_z$ sei die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit Geschwindigkeit \mathbf{v} im Volumen zwischen (v_x, v_y, v_z) und $(v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z)$ zu finden (Maxwell-Verteilung). Verwenden Sie dazu, dass im Gleichgewicht keine Richtung bevorzugt ist. Hinweis: Ansatz $f = f(\mathbf{v}^2) = C \exp(-a\mathbf{v}^2)$ (Warum?). Bestimmen Sie a und C mit Hilfe des Gleichverteilungssatzes $U = \frac{3}{2}Nk_B T = N\epsilon$ mit der mittleren kinetischen Energie $\epsilon = \frac{m}{2}\langle \mathbf{v}^2 \rangle$ eines Teilchens.
- Bestimmen Sie den mittleren Geschwindigkeitsbetrag $\langle \sqrt{\mathbf{v}^2} \rangle$ und den wahrscheinlichsten Geschwindigkeitsbetrag.