

## 06. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 7. Semesterwoche auf Moodle.

**Aufgabe 11:**

(10 Punkte)

Betrachten Sie (wechselwirkungsfreie) Elektronen in einem Volumen  $V$  bei Temperatur  $T = 0$ .

- Bestimmen Sie die Anzahl  $\Omega$  von Phasenraumzellen der Größe  $h^3$  ( $h$ : Planck'sches Wirkungsquantum), die einem Elektron mit Impuls  $|\mathbf{p}| \leq p_F$  (Fermi-Impuls) zur Verfügung stehen.
- Wieviele Elektronen  $N_e$  passen in dieses Phasenraumvolumen unter der Voraussetzung, dass eine Phasenraumzelle nur von zwei Elektronen besetzt werden darf (Pauli-Prinzip; spin-up, spin-down)? Drücken Sie das Ergebnis durch die Fermi-Energie  $E_F = \frac{p_F^2}{2m}$  aus.
- Drücken Sie nun umgekehrt die Fermi-Energie ( $\hat{=}$  minimale mögliche Energie des energiereichsten Elektrons) durch die Anzahldichte  $n_e = \frac{N_e}{V}$  der Elektronen aus (üblicherweise verwendet man noch  $h = 2\pi\hbar$ ).
- Bestimmen Sie die mittlere Energie der Elektronen als Funktion von  $E_F$ .
- Wie also lautet die innere Energie  $U$  und der (Fermi-)Druck  $p = -\frac{\partial U}{\partial V}$ ? Welcher Zusammenhang besteht zwischen Druck  $p$  und Energiedichte  $U/V$ ?

**Aufgabe 12:**

(10 Punkte)

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion  $f(v_x, v_y, v_z)$  der Geschwindigkeiten von Gaspartikeln, d.h.,  $f(v_x, v_y, v_z)dv_x dv_y dv_z$  sei die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  im Volumen zwischen  $(v_x, v_y, v_z)$  und  $(v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z)$  zu finden (Maxwell-Verteilung). Verwenden Sie dazu, dass im Gleichgewicht keine Richtung bevorzugt ist. Hinweis: Ansatz  $f = f(\mathbf{v}^2) = C \exp(-a\mathbf{v}^2)$  (Warum?). Bestimmen Sie  $a$  und  $C$  mit Hilfe des Gleichverteilungssatzes  $U = \frac{3}{2}Nk_B T = N\epsilon$  mit der mittleren kinetischen Energie  $\epsilon = \frac{m}{2}\langle \mathbf{v}^2 \rangle$  eines Teilchens.
- Bestimmen Sie den mittleren Geschwindigkeitsbetrag  $\langle \sqrt{\mathbf{v}^2} \rangle$  und den wahrscheinlichsten Geschwindigkeitsbetrag.