

Übungen zur Thermodynamik/Statistischen Physik

Blatt 5

Aufgabe 14: Clausius-Clapeyron Gleichung

1+3+1 = 5 Punkte

Oft wird behauptet, dass beim Schlittschuhlaufen das Eis durch den Druck der Kufen schmilzt, wodurch eine dünne, schmierende Wasserschicht erzeugt wird. Diese Aussage soll hier hinterfragt werden.

a) Überlegen Sie sich, dass die Clausius-Clapeyron Gleichung in der folgenden Form geschrieben werden kann:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta H}{T\Delta V}$$

b) Überprüfen Sie nun die Behauptung. Gehen Sie von einer 80 kg schweren Person aus, die Schlittschuhe mit einer Kufenfläche von 300 mm × 1 mm benutzt. Welchen Schmelzpunkt hat das Eis unter dem Druck dieser Kufen, wenn sich die Gewichtskraft gleichmäßig auf die Kufenfläche verteilt? Sie können benutzen, dass bei 101,325 kPa und 273 K die Dichten von Eis und Wasser $\rho(\text{Eis}) = 0,917 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ und $\rho(\text{Wasser}) = 0,988 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ betragen. Weiterhin ist die spezifische Schmelzwärme $\Delta H_m = 333,5 \text{ kJ/kg}$ bekannt.

c) Überlegen Sie sich, was an diesem theoretischen Modell verbessert werden kann.

Aufgabe 15: Massenwirkungsgesetz

4 Punkte

Betrachten Sie eine Mischung von Gasen verschiedener Molekülsorten mit Molzahlen n_i , die bei konstanter Temperatur und konstantem Druck miteinander reagieren. Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht das Massenwirkungsgesetz

$$\prod_i \left(\frac{n_i}{n} \right)^{\nu_i} = K$$

gilt, wobei $\ln K = -\frac{1}{RT} \sum_i \nu_i g_i(T, p)$ und ν_i die stöchiometrischen Koeffizienten der einzelnen Reaktionspartner sind. Nehmen Sie an, dass die einzelnen Reaktionspartner sich wie ideale Gase verhalten.

Aufgabe 16: Lehramt: Stabilitätsbedingungen für chemische Reaktionen

5 Punkte

Ein Wärmereservoir der festen Temperatur T_R wird mit einem System der veränderlichen Temperatur T konstanten Volumens in thermischen Kontakt gebracht. In dem System können mehrere chemische Reaktionen ablaufen.

Wie lauten die Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingungen ausgedrückt durch c_V und die stöchiometrischen Koeffizienten ν_{iA} ?

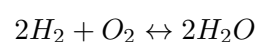
Hinweise: Das Gesamtsystem ist abgeschlossen. Die verschiedenen chemischen Reaktionen (durchnummeriert mit A) der Stoffe Z_i erfüllen $\sum_i \nu_{iA} Z_i = 0$. Es gilt die Beziehung

$$\frac{\partial U}{\partial N_i} = \mu_i - T \frac{\partial \mu_i}{\partial T}$$

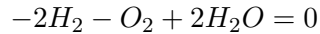
Die Anzahl der Teilchen eines Stoffes $N_i = \sum_A \nu_{iA} \chi_A$, wobei χ_A die Reaktionslaufzahl ist, also die Anzahl wie oft die Reaktion A im System abläuft.

Beispiel:

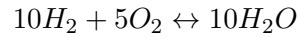
Die Reaktion A:



lässt sich schreiben als



Dies entspricht der Gleichung $\sum_i \nu_{iA} Z_i = 0$ mit $Z_1 = H_2$, $\nu_{1,A} = -2$, $Z_2 = O_2$, $\nu_{2,A} = -1$, $Z_3 = H_2O$ und $\nu_{3,A} = 2$. Hier wäre $\chi_A = 1$. Entsprechend hat A:



die Reaktionslaufzahl $\chi_A = 5$.

Aufgabe 16: Bachelor: Dampfdruck

3+2 = 5 Punkte

Wir betrachten ein Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampf und die zugehörige Clausius-Clapeyron Gleichung

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta h}{T(v_g - v_f)}$$

mit molarer Enthalpieänderung Δh und molaren Volumen v_g und v_f .

a) Wir vernachlässigen das Molvolumen der Flüssigkeit und modellieren das Gas mit der ideale Gasgleichung. Leite eine Beziehung zwischen dp und dT her. Nimm dann an, dass Δh temperaturunabhängig ist und löse die Differentialgleichung. Die Lösung führt auf die Dampfdruckformel von *August*.

b) Ein Dampfdrucktopf wird zur Hälfte bei 20°C mit Wasser gefüllt und bei einem Gesamtdruck von 1 bar verschlossen. Der Topf wird erwärmt. Bei welcher Temperatur siedet das Wasser. Hinweis: Die Luft kann als ideales Gas behandelt werden. Sie dürfen die August'sche Näherungsformel für die Temperaturabhängigkeit des Dampfdrucks verwenden. Es sind

$$p_{dd,H_2O}(T = 20^\circ\text{C}) = 26,3 \text{ mbar}, \quad \Delta h \approx 42,5 \text{ kJ/mol}$$

Sie werden auf eine transzendente Gleichung geführt, die Sie graphisch oder numerische lösen können.

Abgabetermin: vor der Vorlesung am Donnerstag, 24. November 2016