

Übungen zur Thermodynamik/Statistischen Physik

Blatt 3

Aufgabe 7: Bachelor: Legendre Transformation

2+2+2 = 6 Punkte

a) Berechne $\mathcal{L}f$ und $\mathcal{L}^2 f$ für $f(x) = \exp(x)$ mit der aus der Mechanik bekannten (naiven) Legendre Transformation $f^*(y) = xy - f(x)$ mit $x(y)$ aus $y = f'(x)$. Wie sieht die Rücktransformation der naiven Transformation aus?

b) Berechne die Legendre Transformierte der Funktion

$$f_1(x) = \begin{cases} x^2/2 & x \leq 1 \\ x - 1/2 & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 7/2 & x \geq 2. \end{cases}$$

Warum versagt die naive Definition der Legendre-Transformation hier?

c) Berechne die Legendre Transformierte der Funktion

$$f_2(x) = \begin{cases} x^2/2 & x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 5/2 & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 7/2 & x \geq 2. \end{cases}$$

die nicht konvex ist. Wie sieht die rücktransformierte Funktion $(\mathcal{L}^2)(f)$ aus?

Aufgabe 7: Lehramt: Arbeit, Wärme und Temperatur

2+2+2 = 6 Punkte

In einer senkrecht angeordneten Zylinder-Kolben-Kombination mit einem freien Volumen $V = 100 \text{ cm}^3$, einer Querschnittsfläche $A = 10 \text{ cm}^2$ und einer Kolbenmassen $m_K = 10 \text{ kg}$, befindet sich reiner Stickstoff mit der Temperatur $T_1 = 200 \text{ K}$.

a) Welches Volumen nimmt der Stickstoff nach einer Erwärmung auf $T_2 = 600 \text{ K}$ ein?

b) Welche Arbeit gibt der Stickstoff aufgrund der Temperaturerhöhung ab?

c) Welche Wärme muss dem Stickstoff dabei zugeführt werden?

Hinweis: Stickstoff soll näherungsweise als ideales Gas betrachtet werden. Die spezifische Wärmekapazität von Stickstoff ist $c_V = 0,74 \text{ J/g}\cdot\text{K}$ und die Molmasse $M = 28,013 \text{ g/mol}$.

Aufgabe 8: Bachelor: Gay-Lussac-Experiment mit Photonengas

4 Punkte

Ein Photonengas wird durch die Zustandsgleichungen

$$p = \frac{1}{3}bT^4$$

und

$$U = bT^4V$$

($b = \text{const.}$) beschrieben. Führen Sie mit diesem Gas ein Gay-Lussac-Experiment durch (schnelle Expansion des Gases von V_1 nach V_2 in einem thermisch isolierten System). Berechnen Sie die Änderung der Temperatur und vergleichen Sie diese mit dem idealen Gas.

Aufgabe 9: Entropie bei Carnot-Prozess

2 Punkte

10 m^3 Luft werde von 1 bar und 60°C isochor auf 300°C erwärmt. Wie ändert sich die Entropie?
Hinweis: nehmen Sie $\kappa = 1.40$ als konstant an.

Aufgabe 10: Entropie und innere Energie einer Feder

2 Punkte

Eine Feder mit der Federkonstanten k wird durch die Kraft $K = -kx$ gespannt, wobei $k = \text{const.}$ gelten soll.

1. Wie verändert sich die Entropie S der Feder bei isothermer Ausdehnung?
2. Man zeige, dass die innere Energie U der Feder bei adiabatischer Ausdehnung wächst.

Hinweis: Das Arbeitsdifferential ist: $\delta W = -K dx$

Abgabetermin: vor der Vorlesung am Donnerstag, 10. November 2016