FS-Universität Jena, Andreas Wipf, MSc Tobias Hellwig

Klausur Thermodynamik/Statistische Physik (Lehramt)

Name: **Matrikelnummer:** **Geburtsdatum:**

Punktezahl für die Aufgaben:

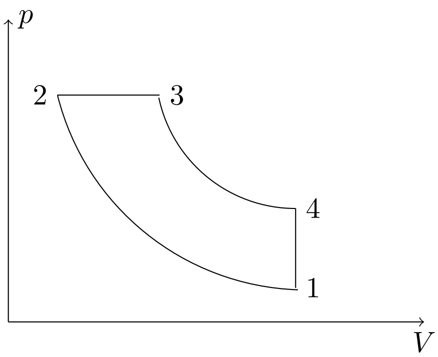
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
maximal	7	4	4	4	4	5	28
erreicht							

Aufgabe 1: Verständnisfragen 2+1+1+1+1+1 = 7 Punkte

1. Was ist ein ideales Gas und was ein van der Waals Gas? Was sind die Zustandsgleichungen dieser Gase?
2. Erklären Sie die Maxwellkonstruktion.
3. Wie viele und welche Freiheitsgrade hat ein zweiatomiges Molekül (mit festem Abstand der Atome)? Wie ändert sich, vgl. zum einatomigen Gas, die kalorische Zustandsgleichung?
4. Wie ist das chemische Potential definiert (in Worten)?
5. Wie sind die Mikrozustände einer mikrokanonischen Gesamtheit in der klassischen Statistischen Physik verteilt?
6. Was ist die Dichtematrix eines Quantensystems mit Hamilton-Operator $\hat{H}$ im kanonischen Ensemble?

Aufgabe 2: Diesel-Prozess 4 Punkte

Wir betrachten den skizzierten reversiblen Kreisprozess für ein ideales Gas. Dieser werde im Uhrzeigersinn durchlaufen. Die Wegstücke $(1 \to 2)$ sowie $(3 \to 4)$ sind Adiabaten. Wie groß ist die während eines Umlaufs vom System geleistete Arbeit? Welche Wärmeenergie muß zugeführt, welche muß abgeführt werden?



Aufgabe 3: Freie Enthalpie (Gibb'sches Potential) 1+2+1 = 4 Punkte

Die freie Enthalpie eines Gases sei

$$G(T,p) = nRT\ln(p) + np\left(b - \frac{a}{RT}\right) + f(T)$$

mit beliebigen Konstanten a und b. Weiter ist f eine differenzierbare Funktion, die nur von der Temperatur T, nicht aber vom Druck p abhängt.

1. Berechnen Sie die Entropie $S(T,p)$.

2. Wie lautet die Zustandsgleichung $p = p(V,T)$?

3. Beschreiben Sie, wie Sie vorgehen müssten, um die Enthalpie $H(S,p)$ zu bestimmen. Dabei sollte formelmäßig nur der Zusammenhang zwischen G und H benutzt werden und die Resultate von (1) und (2) (das restliche Vorgehen bitte in Worten fassen).

Hinweis: Das vollständige Differential lautet $\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p$.

Aufgabe 4: Zustandsgleichung von Dieterici 1+1+2 = 4 Punkte

Die Zustandsgleichung eines Gases sei gegeben zu

$$p(v,T) = \frac{RT}{v-b}\mathrm{e}^{-\frac{a}{RTv}}, \quad v = \frac{V}{n}$$

mit positiven Konstanten a und b.

1. Bestimmen Sie die Einheiten von a und b.
2. Berechnen Sie $\frac{\partial U}{\partial V}\Big|_T$.
3. Kann mit dieser Zustandsgleichung ein Phasenübergang beschrieben werden. Begründen Sie ihre Aussage.

Aufgabe 5: Entropie eines Quantensystems 1+1+2 = 4 Punkte

Ein System von harmonischen Oszillatoren wird durch den Dichteoperator

$$\hat{\rho} = \sum_{n=1}^{N} \lambda_n |n\rangle\langle n|$$

beschrieben. Die Zustandsvektoren $|n\rangle$ seien orthonormiert.

1. Welche Eigenschaften haben die λ_n. Was ist ihre Bedeutung?
2. Berechnen Sie die Entropie.
3. Welcher Zustand $\hat{\rho}$, charakterisiert durch die $\{\lambda_n\}$, hat die kleinste Entropie, welcher die größte? Was sind die entsprechenden Werte der Entropie?

Aufgabe 6: Dritter Hauptsatz 2+1+2 = 5 Punkte

Gegeben sei ein quantenmechanisches System, das aus N unabhängigen und gleichen (aber unterscheidbaren) Subsystemen besteht. Der Hamiltonoperator ist

$$\hat{H} = \sum_{n=1}^{N} \hat{h}_n.$$

Der Hamiltonoperator des n-ten Subsystems $\hat{h}_n$ besitze nur zwei nicht-entartete Eigenwerte ε_1 und ε_2 mit $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$.

1. Bestimmen Sie die freie Energie $F = F(T)$ im kanonischen Ensemble.
   Hinweis: Benutzen Sie ε_1 und $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ als Variablen anstelle von ε_1 und ε_2.
2. Untersuchen Sie, ob der dritte Hauptsatz $S(T \to 0) = 0$ erfüllt ist.
3. Zeigen Sie allgemein für ein Quantensystem, dessen Hamiltonoperator die Energien $E_0 < E_1 < \cdots < E_N$ hat, dass die Entropie im Grenzfall $T \to 0$ durch $S = k \log g_0$ gegeben ist, wobei g_0 die Entartung der Grundzustandsenergie E_0 ist. Führen sie die Betrachtung in der kanonischen Gesamtheit durch und benutzen Sie dabei E_0 und $\Delta E_n = E_n - E_0$ mit $n = 1, 2, \ldots, N$ als Variablen.

Bearbeitungszeit: 10^{15} **bis** 12^{45} **Uhr**