Friedrich-Schiller-Universität Jena
Prof. Dr. Andreas Wipf
Dr. Luca Zambelli
MSc Daniel Schmidt

Sommersemester 2016

Übungen zur Quantenmechanik II

Blatt 8

Aufgabe 18: Resolvente 4+1 = 5 Punkte

Der Operator

$$R_H(z) = \frac{1}{z - H}$$

heißt Resolvente von H. Sie tritt zum Beispiel bei der Lippmann-Schwinger Gleichung auf.

1. Finden Sie die Ortsdarstellung der Resolventen des freien Teilchens $\langle \boldsymbol{x}|R_{H^{(0)}}(z)|\boldsymbol{x}'\rangle$, wobei $\Re(z) > 0$ ist.
2. Bestimmen Sie ihr asymptotisches Verhalten für $r = |\boldsymbol{x}| \gg r' = |\boldsymbol{x}'|$ Hinweis: Das Resultat sollte Ihnen aus der Elektrodynamik bekannt sein.

Aufgabe 19: Sphärische Potenzialstufe und Potenzialtopf 2+2+2 = 6 Punkte

Untersuchen Sie die Born'sche Näherung für eine sphärische Potenzialstufe bzw. einen entsprechenden Potenzialtopf

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r < a \\ 0 & r > a\,. \end{cases}$$

Was sind Streuamplitude, differentieller Wirkungsquerschnitt und totaler Wirkungsquerschnitt? Für den Topf ist V_0 negativ und für die Stufe positiv. Betrachten Sie insbesondere das Verhalten für $a\Delta k \ll 1$.
Hinweis: Bei der Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts sollte man die Integration über ϑ in eine Integration über q ($q = 2k \sin\vartheta/2$) umwandeln.

Aufgabe 20: Sphärische Potenzialschale 4 Punkte

Als dreidimensionale Verallgemeinerung des $\delta(x)-$Potenzials betrachten wir das kugelsymmetrische Potenzial

$$V(\boldsymbol{x}) = -\lambda\delta(r - a),$$

mit Stärke λ. Zeigen Sie, dass die partiellen Streuamplituden durch

$$\frac{1}{\xi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta_\ell(\xi)} \sin\delta_\ell(\xi) = \frac{g\big[j_\ell(\xi)\big]^2}{1 - \mathrm{i}\xi g j_\ell(\xi) h_\ell(\xi)}$$

mit dimensionslosen Konstanten $\xi = ka$ und $g = 2ma\lambda/\hbar^2$, gegeben sind.

Abgabetermin: Donnerstag, 02.06.2016, vor der Vorlesung