Übungen zur Quantenmechanik II**Blatt 12****Aufgabe 30: Kovariant erhaltener Strom**

2 Punkte

Das Spinorfeld ψ erfülle die Dirac-Gleichung

$$\left(i\gamma^\mu D_\mu - \frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0.$$

Welche Gleichung erfüllt dann der Dirac-konjugierte Spinor $\bar{\psi}$? Zeigen Sie weiterhin, dass

$$j^\mu = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$

kovariant erhalten ist, d. h. dass $\partial_\mu j^\mu = 0$ gilt.**Aufgabe 31: Tensorfeld**

1 Punkt

Zeigen Sie, dass

$$T^{\mu\nu}(x) = \bar{\psi}(x)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]\psi(x)$$

ein (antisymmetrisches) Tensorfeld zweiter Stufe ist.

Aufgabe 32: Zweite-Ordnungs Wellengleichung

2 Punkte

Ein Spinorfeld erfülle die Dirac-Gleichung $(i\mathcal{D} - \mu)\psi = 0$. Wirken Sie nun mit $i\mathcal{D} + \mu$ auf diese Gleichung. Was folgt dann für eine Wellengleichung zweiter Ordnung für ψ ?Hinweis: Benutzen Sie $\gamma^\mu\gamma^\nu = g^{\mu\nu}\mathbb{1} + \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ und den aus der Vorlesung bekannten Ausdruck für $[D_\mu, D_\nu]$ um das Quadrat des Dirac-Operators als ein Vielfaches von $\mathbb{1}$ bzw. der $[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ zu schreiben.**Aufgabe 33: Relativistisches Elektron im konstanten Magnetfeld**

4 Punkte

Wir betrachten die zeitunabhängige Dirac-Gleichung

$$E\psi(\mathbf{x}) = H\psi(\mathbf{x})$$

in einem zeitunabhängigen 4-er Potential $A^\mu(\mathbf{x}) = (0, 0, Bx^1, 0)$ mit konstantem B . Zeigen Sie, dass für Lösungen der Form $\psi = \exp(i(p_2x^2 + p_3x^3))u(x^1)$ die Energien gegeben sind durch

$$E^2 = m^2 + p_3^2 + (2n + 1)|eB| \pm eB, \quad n \in \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Hinweis: wenn Sie eine Darstellung für die γ^μ brauchen, dann benutzen Sie die Dirac-Darstellung.**Abgabetermin:** Donnerstag, 30.06.2016, vor der Vorlesung.