

Übungen zur Quantenmechanik II

Sommersemester 2006

Blatt 2

Aufgabe 2: Mehrkörpersysteme: Gegeben sei ein 2-Teilchen-Operator

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} A(i, j)$$

und eine Produktwellenfunktion

$$\psi = \psi_1(1)\psi_2(2)\psi_3(3)$$

mit orthonormierten ψ_i . Berechne explizit das Matrixelement $(\psi, A\psi)$ für symmetrisierte und antisymmetrisierte Wellenfunktionen und symmetrische $A(i, j)$. **3 Punkte**

Aufgabe 3: Dreikörperproblem: Wir betrachten ein System von drei Teilchen mit gleichen Massen m und Paarwechselwirkungen

$$V = V(r_{12}) + V(r_{13}) + V(r_{23}), \quad r_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|.$$

Zeige, dass der Hamilton-Operator

$$H^{(3)} = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^3 \mathbf{p}_i^2 + V$$

folgende Form hat

$$H^{(3)} = H_{\text{cm}} + H_{\text{rel}}^{(3)} \quad \text{mit} \quad H_{\text{cm}} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M},$$

Gesamtimpuls $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3$ und dem Operator für die Relativbewegung, der die Summe von Zweiteilchen-Operatoren ist,

$$H_{\text{rel}}^{(3)} = H_{12} + H_{13} + H_{23}.$$

Bestimme diese Operatoren inklusive reduzierter Masse. **3 Punkte**

Kommutiert H_{cm} mit den H_{ij} ? Kommutieren die H_{ij} im Allgemeinen? Was schliessen Sie, wenn sie kommutieren würden? **2 Punkte**

Aufgabe 4: Permutationen: Zeigen Sie, dass die Permutationsgruppe S_3 von drei Elementen isomorph zu den Decktransformationen eines gleichseitigen Dreiecks sind. Gilt dies auch für S_4 und die Decktransformationen eines Quadrates? **4 Punkte**

Insgesamt: 12 Punkte

Abgabetermin: Donnerstag 04.05.06 nach der Vorlesung