Kapitel 1

Einführung

Eine relativistische Quantenfeldtheorie ist

- eine Vereinigung von Quantenmechanik und spezieller Relativitätstheorie,
- eine Erweiterung der Quantenmechanik auf unendlich viele Freiheitsgrade,
- eine geeignete Sprache zur Beschreibung von Elementarteilchen,
- eine der umfangreichsten und komplexesten Theorien der Physik,
- einem ständigen Wandel unterworfen.

In der Festkörperphysik spielen nichtrelativistische Quantenfeldtheorien bei der Behandlung von Elementaranregungen und deren Wechselwirkungen eine zunehmend wichtige Rolle. Bekannte Beispiele sind die Elektron-Phonon Wechselwirkung oder die Spin-Wechselwirkungen, die für ein Verständnis des Magnetismus wichtig sind. In dieser Vorlesung werden wir uns (bis auf das Kapitel über Spinmodelle) vorwiegend mit relativistischen Quantenfeldtheorien beschäftigen.

Die elementare Quantenmechanik beschreibt eine feste Anzahl Teilchen, zum Beispiel in einem äußeren elektromagnetischen Feld. Die Quantenfeldtheorie (QFT) geht dagegen vom Wellencharakter der Materie aus. Korpuskulare Aspekte wie Teilchenerzeugung oder Vernichtung werden in einem zweiten Schritt durch eine „Quantisierung" der entsprechenden klassischen Feldtheorien eingeführt. Man spricht dann von *Feldquantisierung* oder etwas irreführend von *zweiter Quantisierung*[1]. Schon im Artikel von M. Born und P. Jordan [1] wird die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes skizziert. In der anschließenden bahnbrechenden 'Drei-Männer-Arbeit' von Born, Heisenberg und Jordan [2] wurde die Quantisierung eines Systems mit einer beliebigen Anzahl Freiheitsgrade ausgearbeitet.

[1] Dieser Begriff geht auf P. Jordan zurück.

Die Quantenfeldtheorie wurde zur Beschreibung von Elementarteilchen und deren Wechselwirkungen entwickelt, und zuerst auf die Wechselwirkung der Photonen mit Atomen angewandt. In seinen Arbeiten legte P. Dirac das Fundament zur Quantenelektrodynamik (QED) [3]. Er studierte darin das Strahlungsfeld $A_\mu(x)$ und seine Kopplung an ein Atom. Indem er das Strahlungsfeld nicht mehr klassisch (im Maxwellschen Sinne) sondern als operatorwertiges Feld (durch „Quantisierung“ der Koeffizienten in der Fourierentwicklung von $A_\mu(x)$) auffasste, gelang ihm eine Überwindung der semiklassischen Beschreibung der quantenhaften Emission und Absorption von Photonen bei Strahlungsübergängen. Damit verband er die Quantenmechanik von Heisenberg und Schrödinger mit der Quantentheorie der Strahlung im Sinne von Planck oder Einstein. Die Materie wurde dabei allerdings noch im Teilchenbild behandelt. Die vollständige und mit der speziellen Relativitätstheorie verträgliche Quantisierung der Elektrodynamik gelang P. Jordan, W. Pauli und W. Heisenberg [4]. Hierin wurden die wechselwirkenden Dirac- und Maxwellfelder quantisiert. In ihrer Arbeit von 1929 führten Heisenberg und Pauli die Lagrangefunktion für Felder ein, sprechen von kanonisch konjugierten Variablen und benutzten eine Quantisierungsvorschrift, die wir heute *kanonisch* nennen. Die Feldgleichungen folgten nun aus einem Wirkungsprinzip. Dieser Zugang zur Feldtheorie hat sich durchgesetzt und gilt auch heute noch als das Verfahren zur Konstruktion von Feldtheorien. Die Probleme mit der Einteilcheninterpretation des quantisierten Klein-Gordon-Feldes wurde einige Jahre später von Pauli und Weisskopf gelöst [5].

In Quantenfeldtheorien werden zunächst die freien, nichtwechselwirkenden Felder einer Teilchensorte quantisiert und die Wechselwirkung der als punktförmig angenommenen Teilchen danach durch eine lokale, d.h. in jedem Raumzeitpunkt als Produkt der wechselwirkenden Felder oder deren Ableitungen definierte Wechselwirkungsdichte eingeführt. Dieses Vorgehen führt jedoch bei einer direkten Berechnung zu divergenten Ausdrücken für physikalische Größen, zum Beispiel zu unendlich großen Selbstenergien. Dieses Problem führte auf das Renormierungsverfahren, dessen Ursprung bereits in den Untersuchungen von Dirac, Heisenberg, Weisskopf, Pauli, Fierz und Kramers zu finden ist und in den bekannten Arbeiten von Tomonaga, Schwinger, Feynman und Dyson nach dem zweiten Weltkrieg im Wesentlichen vollendet wurde. Für so-genannte renormierbare Quantenfeldtheorien gibt es ein konsistentes Verfahren, bestehend aus einer Regularisierung und anschließenden Renormierung der Felder und Kopplungskonstanten, so dass die Theorien nach Festlegung von wenigen physikalischen Parametern (Massen und Kopplungsstärken) in jeder Ordnung der Störungstheorie Vorhersagen für alle weiteren Größen machen.

Die QED ist das einfachste und am besten studierte Modell einer renormierbaren Quantenfeldtheorie. Hier tritt die elektromagnetische Wechselwirkung in reiner Form in Erscheinung. Die beispiellose Genauigkeit der Berechnungen der QED basieren auf dem Gebrauch der Störungstheorie. Dabei dient die dimensionslose Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/\hbar c \sim 1/137$ als Entwicklungsparameter. Am weitesten wurde die Berechnung des magnetischen Moments des Elektrons vorangetrieben, für das die Glieder der Ordnungen $\alpha, \alpha^2, \alpha^3$ und α^4 bestimmt wurden. Die Rechnungen stimmen bis zur zehnten Stelle hinter dem Komma mit den experimentellen Werten überein.

Neben der weiteren Entwicklung von Rechentechniken im Rahmen der Störungstheorie waren die Jahre zwischen 1930 und 1960 dem formalen Ausbau der Feldtheorie gewidmet. Der Zusammenhang zwischen Spin und Statistik wurde entdeckt, das CPT-Theorem fand seine erste Formulierung und die Darstellungstheorie der (Anti)-Vertauschungregeln wurde entwickelt. Symmetrieprinzipien traten zunehmend in den Vordergrund. Gerade im Rahmen der QED wurden viele fundamentale Begriffe und Gesetzmäßigkeiten der Quantenfeldtheorien entdeckt und formuliert.

In Verallgemeinerung ihres Vorbilds wurden die komplizierteren Theorien der starken und schwachen Wechselwirkung und auch die Modelle der großen Vereinheitlichung (GUTS) konstruiert. Die letzten Jahrzehnte waren geprägt von unseren Bemühungen, das allgemeine Grundkonzept aus den Gründerjahren 1927-29 auf diese so-genannten *Eichtheorien* zu erweitern. Zuerst schien es, als ob die in der QED so erfolgreiche Störungstheorie auf die anderen Wechselwirkungen nicht anwendbar sei. Die schwache Wechselwirkung, die zum Beispiel für den radioaktiven Beta-Zerfall verantwortlich ist, schien zu schwach zu sein als dass höhere Ordnungen der Störungstheorie eine Rolle spielen könnten. Zudem war die ursprüngliche, von Fermi entwickelte Theorie der schwachen Wechselwirkung nicht renormierbar. Auf die starke Wechselwirkung, welche zum Beispiel die Nukleonen zusammenhält, schien dagegen wegen ihrer Stärke die Störungstheorie nicht anwendbar.

Im Jahre 1972 wurde von G. 't Hooft bewiesen, dass spontan gebrochene Eichtheorien, wie sie zur Beschreibung der schwachen Wechselwirkung gebraucht werden, renormierbar sind. Ab dieser Zeit wuchs das Interesse an den so-genannten Yang-Mills-Theorien. Während die QED eine Eichtheorie mit Abelscher Eichgruppe $U(1)$ ist, sind die Yang-Mills-Theorien Eichtheorien mit nicht-Abelschen Eichgruppen. Für die Kraft zwischen schwach wechselwirkenden Teilchen sorgen 80 GeV schwere W- und Z-Bosonen, ähnlich wie elektrisch geladene Teilchen über den Photonenaustausch wechselwirken. Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung, also der vereinheitlichten elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen, wurde von Glashow, Weinberg und Salam [6] entwickelt. Ist die Energie der Teilchen sehr viel kleiner als die Masse der Eichbosonen, so geht das renormierbare Weinberg-Salam-Modell in die effektive und nicht-renormierbare Theorie von Fermi über. 1973 zeigte sich, dass die der starken Wechselwirkung zugrundeliegende Quantenchromodynamik (QCD) - die Eichtheorie für Quarks und Gluonen - asymptotisch frei ist, so dass bei sehr hohen Energien oder sehr kleinen Distanzen die Kopplung schwächer wird und die Störungstheorie angewandt werden darf. In den frühen 1990ern waren bereits die meisten zweite-Ordnung Korrekturen zu den wichtigen QCD-Prozessen berechnet. In allen Bereichen in denen die Störungstheorien anwendbar sind stimmen theoretische und experimentelle Resultate überein. Gerade im elektroschwachen Sektor ist diese Übereinstimmung hervorragend.

Ein tieferes, nicht auf der Störungsentwicklung fußendes, Verständnis der Renormierung wurde mit Hilfe der Euklidschen Funktionalintegralformulierung von Quantenfeldtheorien erreicht. Diese ist die Euklidische Version des Feynmanschen Pfadintegrals [7, 8]. Dabei wird die Zeitvariable zu imaginären Werten fortgesetzt [9]. Euklidsche Funktionalintegrale liefern die Verbindung zwischen Quantenfeldtheorie und statistischer Mechanik. Diese Beziehung war in der Vergangenheit sehr fruchtbar für die QFT und für die statistische Mechanik. In den 70er Jahren wurden Gitterfeldtheorien und insbesondere Gittereichtheorien zunehmend zu einem wesentlichen Bereich der theoretischen Hochenergiephysik. Nach Vorarbeiten von Wegner [10] formulierte Wilson 1974 eine Gittereichtheorie, deren Kontinuumslimes einer Euklidschen Version der Quantenchromodynamik entspricht [11].

1979 begannen Creutz, Jacobs und Rebbi mit Monte-Carlo-Simulationen verschiedener Eichtheorien und untersuchten das Confinement in Theorien ohne Materie [12]. Innerhalb weniger Jahre etablierten sich numerische Methoden und heute sind Monte-Carlo-Simulationen des Standardmodells neben der Störungstheorie zu einem der wichtigsten Hilfsmittel der Hochenergiephysik geworden. Die Gitterformulierung von Quantenfeldtheorien ist nicht-störungstheoretisch und erlaubt einen komplementären Zugang zu vielen Observablen, die oft störungstheoretisch nicht direkt zugänglich sind.

1.1 Literaturempfehlungen:

C. Itzykson und J.B. Zuber, *Quantum Field Theory*, Dover Publications Inc, 2006.

M. Böhm, A. Denner und H. Joos, *Gauge Theories of the Strong and Electroweak Interaction*, Teubner, 2001.

J. Glimm und A. Jaffe, *Quantum Physics - A Functional Integral Point of View*, Springer, 1981.

G. Roepstorff, *Path Integral Approach to Quantum Physics: An Introduction*, Springer, 1996.

L. Schulman, *Techniques and Applications of Path Integration*, John Wiley & Sons, New York, 1981

M. Creutz, *Quarks , Gluons and Lattices*, Cambridge University Press, 1983.

Istvan Montvay und Gernot Münster, *Quantum Fields on a Lattice*, Cambridge University Press, 1997.

H.J. Rothe, *Lattice Gauge Theories - An Introduction*, World Scientific Publishing, 2005.

Jan Smit, *Introduction to Quantum Fields on the Lattice*, Lecture notes in physics, Cambridge University Press, 2002

R.J. Baxter, *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*, Academic Press, 1982.