

Quantenfeldtheorie II

Prof. A. Wipf

Theoretisch-Physikalisches-Institut

Friedrich-Schiller-Universität, Max Wien Platz 1

07743 Jena

3. Auflage, Sommersemester 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Literaturempfehlungen:	4
2	Pfadintegrale	6
2.1	Wiederholung der Quantenmechanik	8
2.2	Feynman-Kac Formel	11
2.3	Euklidisches Pfadintegral	14
2.3.1	Quantenmechanik für imaginäre Zeiten	14
2.3.2	Das Pfadintegral für imaginäre Zeiten	18
2.3.3	Pfadintegrale in der statistischen Mechanik	19
2.3.4	Korrelationsfunktionen in der Quantenstatistik	20
2.4	Anhang A: Der harmonische Oszillator	23
2.5	Aufgaben	25
3	Hochdimensionale Integrale	29
3.1	Hochdimensionale Integrale	29
3.1.1	Numerische Algorithmen	30
3.1.2	Monte-Carlo Integration	35
3.2	Important Sampling	41
3.3	Wahrscheinlichkeiten	43
3.4	Programme für Kapitel 3	47
3.5	Aufgaben	50
4	Simulationen	51
4.1	Markovprozesse	51
4.2	Detailliertes Gleichgewicht	56
4.2.1	Akzeptanzrate	57
4.2.2	Hasting und Metropolis Methode	57
4.2.3	Wärmebad-Methode	61
4.3	Anharmonischer Oszillator	63

4.4	Hybrid-Monte-Carlo Algorithmus	67
4.4.1	HMC für den anharmonischen Oszillator	71
4.5	Programme zu Kapitel 4	71
4.5.1	Headerdateien	73
4.6	Aufgaben	75
5	Reelles Skalarfeld	76
5.1	Quantisierung des Skalarfelds	77
5.1.1	Das freie Feld bei endlichen Temperaturen	80
5.2	Schwingerfunktion und effektives Potential	84
5.2.1	Die Legendre-Transformation	86
5.3	Skalares Gitterfeld	89
5.4	2-Punktfunktion als Wegintegral	94
5.5	Zur Leibniz-Regel auf dem Gitter	95
5.6	Programme zu Kapitel 9	96
5.7	Aufgaben	97
6	Klassische Spinmodelle	98
6.1	Isingartige Spinmodelle	98
6.2	Beispiele von Spinsystemen	100
6.3	Spinsysteme im Gleichgewicht	103
6.4	Variationsprinzipien	106
6.5	Aufgaben	109
7	Molekularfeldnäherung	111
7.1	MFA für Spinmodelle	111
7.1.1	MFA für das Isingmodell	113
7.2	MFA für Gitterfeldtheorien	119
7.3	Programme zu Kapitel 7	124
7.4	Aufgaben	125
8	Transfermatrizen	127
8.1	Ising-Kette	127
8.1.1	Der „Hamilton-Operator“	131
8.1.2	Die anti-ferromagnetische Kette	132
8.2	Pottskette	133
8.3	Der allgemeine Formalismus	134
8.3.1	Transfermatrix für reelles Skalarfeld	137
8.3.2	Satz von Frobenius	138
8.4	Nullstellen der Zustandssumme	139

8.5	Dualitätsrelationen für Potts-kette	142
8.6	Programm: Simulation des $1d$ Ising Modells	144
9	Heiße und kalte Spinmodelle	148
9.1	Isingkette	148
9.2	$2d$ Ising-Modell	150
9.2.1	Hochtemperaturentwicklung	150
9.2.2	Tieftemperaturentwicklung	158
9.3	Aufgaben	164
10	Einige exakte Resultate	166
10.1	Dualität für das $2d$ Ising-Modell	166
10.2	Dualität für das $3d$ Ising-Modell	172
10.3	Peierls Argument	176
10.4	Korrelationsungleichungen	181
10.5	Anhang B: Differenzenkalkül	184
11	Renormierungsgruppe	196
11.1	Ising-Modelle	197
11.1.1	Ising-Kette	197
11.1.2	Das zweidimensionale Modell	201
11.2	Fixpunkte	204
11.2.1	Herleitung der Skalengesetze	208
11.3	Blockspintransformation	211
11.4	Kontinuumslimes für freies Feld	218
11.5	Kontinuumslimes für Spinmodelle	222
11.6	Programm: Blockspintransformation	223
12	Spinorfelder	226
12.1	Grassmann Variablen	228
12.2	Spinorfelder auf dem Gitter	231
12.2.1	Gitterableitungen	231
12.2.2	Naive Fermionen auf dem Gitter	236
12.2.3	Wilson-Fermionen	239
12.3	Das Nielsen-Ninomiya Theorem	241
12.4	Ginsparg-Wilson Relation	244
12.4.1	Weitere Vorschläge	246
12.5	Programme zu Kapitel 10	248

13 Reine Gittereichtheorien	250
13.1 Eichtheorien im Kontinuum	250
13.1.1 Paralleltransport	254
13.2 Eichtheorien auf dem Gitter	256
13.2.1 Eine Wirkung für reine Eichtheorien	257
13.2.2 Invariantes Maß und irreduzible Darstellungen	259
13.2.3 Zustandssummen von zweidimensionalen Modellen	263
13.2.4 Observablen der reinen Eichtheorien	267
13.2.5 Die Stringspannung	268
13.3 Starke Kopplung	270