

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Belger und L. Ehrenberg, *Theorie und Anwendung der Symmetriegruppen*, Teubner, Leipzig, 1988
- [2] Michael Artin, *Algebra*, Birkhäuser, 1998
- [3] E. Wigner, *Gruppentheorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren*, Vieweg, Berlin, 1931
- [4] A. Hurwitz, Über die Erzeugung der Invarianten durch Integration, *Göttinger Nachrichten*, 1897, 71-90.
- [5] H. Weyl, *The Classical Groups. Their Invariants and Representations*, Princeton University Press, Princeton, N.J. 1939

# Index

- Äquivalenzklasse, 25
- Äquivalenzprinzip, 56
- Äquivalenzrelation, 25
- Überlagerung
  - eines topologischen Raums, 108
- Überlagerungsgruppe, 108
- Lie-Algebra
  - von  $SL(n)$ , 181
  - von  $SO(n)$ , 182
  - von  $SU(n)$ , 182
  - von  $U(n)$ , 182
- Abgeschlossenheit, 11
- adjungierte Darstellung, 158, 180
- adjungierte Wirkung
  - auf Gruppe, 45
- aktive Drehung, 47
- aktive Transformation, 47
- Ammoniakmolekül, 72
- Assoziativgesetz, 11
- Atlas, 91
- $\text{Aut}(G)$ , 20
- Automorphismengruppe, 20
- Automorphismus, 20
  - innerer, 21
- Bahn
  - eines Punktes, 45, 53
- Basisvektoren
  - primitive, 77
- Benzol, 134
- Bewegung, 49
  - eigentliche, 52
  - Normalform, 51
  - uneigentliche, 52
- Bewegungsgruppe, 32, 49, 50
- Bravaisgitter, 82
- Cartan Klassifizierung, 104
- Cartan-Matrix, 175
- Cartan-Metrik, 161
- Cartan-Unteralgebra, 162
- Cartan-Weyl-Basis, 163
- Cayley-Tafel, 7, 12
- Charakter
  - Eigenschaften, 131
- Charakter einer Darstellung, 131
- Charaktere
  - $SU(2)$ , 147
  - $U(1)$ , 146
- Charakterenmatrix, 143
- Charakterentabelle, 143
- charakteristisches Polynom, 15
- Charaktertabelle
  - von  $\mathcal{D}_3$ , 133
- Darstellung, 122
  - äquivalente, 125
  - irreduzible, 127
  - pseudo-reell, 130
  - reduzible, 128
  - reelle, 130
  - reguläre, 124
  - treue, 123
  - vollreduzible, 128
- Decktransformationen, 17
- Diedergruppe  $\mathcal{D}_6$ , 134
- Diffeomorphismus, 92
- direktes Produkt, 31
- Direktes Produkt von Gruppen, 31
- Dodekaedergruppe, 64
- Dodekaeder, 5
- doppelte Überlagerung, 108
- Drehimpuls-Algebra, 153
- Drehspiegelung, 74
- Drehungen, 46
  - eigentliche, 47
  - Normalform, 49

- uneigentliche, 47
- Dualität von Platonischen Körpern, 64
- Dynkin-Diagramm, 175
- einfach zusammenhängend, 107
- einfache Lie-Algebra, 156
- Einfache Wurzel, 171
- Einselement, 11
- elementar-symmetrische Polynome, 141
- Elementarzelle, 77
- Endomorphismus, 20
- Ereignis, 56
- Erzeugende Elemente, 32
- Euklidische Gruppe, 49
- Euklidische Gruppe, 32, 50
- Faktorgruppe, 26
- Fixpunkt, 74
- Frobenius-Norm
  - einer Matrix, 102
- Fundamentalgruppe, 106
- Funktionenkeim, 188
- Galileigruppe, 53, 54
- Galileitransformation, 54
  - spezielle, 54
- Generatoren, 179
- Gewichte
  - einer Darstellung, 192
- Gitter
  - hexagonales, 86
  - kubisches, 86
  - monoklines, 88
  - orthorhombisches, 85, 87
  - reziprokes, 79
  - tetragonales, 87
  - trigonales, 87
  - triklines, 88
- $GL(n, \mathbb{R})$ , 16
- Gruppe
  - endliche, 11
  - $SL(2, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ , 16
  - $SO(n)$ , 47
  - sporadische, 24
  - $SU(2)$ , 97
  - symmetrische, 35
  - $U(1)$ , 98
  - $U(2)$ , 97
  - $U(1)$ , 11
- Gruppen, 4, 10
  - abelsche, 13
  - allgemeine lineare, 101
  - alternierende, 36
  - diskrete, 11
  - einfache, 24
  - endliche, 35
  - halbeinfache, 24
  - kleine, 40
  - kontinuierliche, 11
  - orthogonale, 102
  - spezielle lineare, 21, 102
  - spezielle orthogonale, 103
  - spezielle unitäre, 103
  - symmetrische, 35
  - symplektische, 103
  - unendliche, 11
  - unitäre, 103
  - zyklische, 11, 23
- Gruppenordnung, 11
- Gruppentafel, 12
- Gruppenwirkung, 43
  - effektive, 44
  - freie, 44
  - transitive, 45
  - treue, 44
- Haar-Maß, 111
  - Berechnung, 114
  - für  $SU(2)$ , 112
  - für  $SU(3)$ , 119
  - für  $SU(n)$ , 116
  - für  $U(1)$ , 111
  - für  $U(2)$ , 118
  - $SU(2)$ , 113
  - $U(1)$ , 112
- halbeinfach Lie-Algebra, 156
- Halbgruppe, 11
- Hexaeder, 5
- $\text{Hom}(G, G')$ , 20
- Homöomorphismus, 105
- Homomorphismus, 20
  - Bild, 21
  - Kern, 21
  - von Lie-Algebren, 157

- homotope Räume, 105
- Homotopie, 105
- Homotopiegruppen, 105
- Homotopieklassen, 105
- Ideal
  - einer Lie-Algebra, 156
- Ikosaeder, 6
- Ikosaedergruppe, 64
- Infinitesimale Erzeugende, 179
- Integration
  - invariante, 110
- inverses Element, 11
- Inversion, 62
- Isomorphiesatz, 27
- Isomorphismus, 20
- Isotropiegruppe, 45
- Jacobi-Identität, 153, 154, 180
- Körper, 13
- Kartenwechsel, 92
- Klassenfunktion, 131
- Kleinsche Vierergruppe, 31
- kompakte Lie-Algebra, 162
- Konjugationsklassen, 29
  - von  $S_n$ , 38
- Konjugationsklassen von  $SU(2)$ , 99
- Koordinatentransformation, 92
- Kristall
  - idealer, 77
- Lie-Algebra, 154
  - Abel'sche, 154
  - abgeleitete, 155
  - einfache, 156
  - halbeinfache, 156
  - kompakte, 162
  - von  $Sp(2n, K)$ , 182
- Lie-Algebra-Homomorphismus, 157
- Lie-Gruppe, 90, 91
- Lie-Gruppen
  - globale Eigenschaften, 105
- Lie-Klammer, 154
- Lie-Normalteiler, 95
- Lie-Produkt, 154
- Lie-Untergruppe, 95
- links-invariante 1-Form, 116
- Lorentztransformation, 58
- Maß
  - invariantes, 111
- Mannigfaltigkeit, 91
  - differenzierbare, 91
- Matrixgruppe, 13
- Matrixgruppen, 101
- Metrik, 56
- Miller-Indizes, 83
- Minkowskiraum, 56
- Molekülsymmetrie, 60
- Monoid, 11
- Nebenklasse, 26
- negative Wurzel, 172
- Normalisator, 30, 157
- Normalisator einer Untergruppe, 30
- Normalteiler, 24
- Oktaeder, 5
- Orbit
  - eines Punktes, 45
- passive Drehung, 47
- passive Transformation, 47
- Pauli-Matrizen, 100
- pentagonalen Zahlen, 39
- Permutationsgruppe, 35, 44
- Platon'sche Körper, 5
- Platonische Gruppen, 63
- Poincaré-Gruppe, 57
- Poincare-Transformationen, 56
- Polmenge, 67
- positive Wurzel, 172
- Präsentation einer Gruppe, 32
- Produkt
  - direktes, 31
  - semidirektes, 31
- Produktregel, 186
- pseudo-reelle Darstellung, 130
- Punktgruppen, 60
  - eigentlich, 66
- q-Reihe, 39
- Quaternionen, 42
- Rang einer Gruppe, 32

- Rang einer Lie-Algebra, 154
- Raumgruppe, 80
- Raumgruppen, 77
- reelle Darstellung, 130
- Referenzachse, 61, 74
- Restklassen mod  $n$ , 14
- Ring, 13
  
- Satz
  - von Euler, 47
- Satz von Cartan, 95
- Satz von Cayley-Hamilton, 15
- Satz von Peter und Weyl, 147
- Schönflies-Symbole, 74
- Schleifen, 106
- semidirektes Produkt, 31
- Semidirektes Produkt von Gruppen, 31
- Skalarprodukt
  - hermitesches, 97
  - invariantes, 129
- $SL(n, \mathbb{R})$ , 16
- spezielle orthogonale Gruppe, 47
- Spiegelung, 74
- Stabilisator, 30
- Stabilisatorgruppe, 67
- Stabilisator, 45
- Strukturkonstanten, 154
- Stufenoperator, 163
- Symmetriebrechung
  - spontane, 5
- Symmetrien, 4
  
- Tensorprodukt von Darstellungen, 132
- Tetraeder, 5
- Tetraedergruppe, 63
- Tetraedergruppe, 63
- topologische Gruppe, 94
- Transformationsgruppe, 44
- Translation, 58
  - räumliche, 53
  - zeitliche, 54
- Translationen
  - primitive, 77
- Translationsgruppe, 77
- Transposition, 36
  
- unimodulare Gruppe, 115
  
- universelle Überlagerung, 108
- Untergruppe, 22
  - invariante, 24
  - konjugierte, 23
- Unterzyklen, 36
  
- Vektorprodukt, 153
  
- Würfelgruppe, 64
- Weyl-Gruppe, 166
  - von  $A_2$ , 168
  - von  $B_2$ , 168
- Weyl-Reflektionen, 165
- Weylreflektion, 166
- Wigner-Seitz-Zelle, 78
- winkel, 49
- Wurzel
  - einer Lie-Algebra, 162
- Wurzelvektor, 162
  
- Zentralisator, 157
- Zentrum einer Lie-Algebra, 156
- Zentrum von  $SU(2)$ , 99
- Zusammenhangskomponente, 95
- Zyklen einer Permutation, 38