

## Übungen zur Quantenmechanik II

A. Wipf, Sommersemester 2006

### Blatt 7

**Aufgabe 17: Streuwinkel:** Ein Massenpunkt  $m_1$  stoße mit einem ruhenden Massenpunkt  $m_2$  elastisch zusammen.

- Man gebe die Ablenkwinkel für beide Teilchen aufgrund von Energie- und Impulserhaltung im Koordinatensystem des Beobachters (im Laborsystem) und im Schwerpunktsystem an und stelle zwischen beiden Systemen die Beziehung her.
- Wie vereinfachen sich die Ausdrücke für gleiche Massen. Zeigen sie insbesondere, dass für gleiche Massen die Geschwindigkeiten nach dem Stoß im Laborsystem immer senkrecht aufeinander stehen.
- Bei inelastischer Streuung ist  $q$  in der Energiebilanzgleichung

$$\frac{m_1}{2} \mathbf{v}_1^2 + \frac{m_2}{2} \mathbf{v}_2^2 = \frac{m_1}{2} \mathbf{v}_1'^2 + \frac{m_2}{2} \mathbf{v}_2'^2 + \frac{m_1 q}{2}$$

ungleich Null. Wie lautet nun die Transformation zwischen den Streuwinkeln in den beiden Systemen.

**5+1+2=8 Punkte**

*Anleitung:* Die Bahnen der beteiligten Teilchen liegen in einer festen Ebene. Sie dürfen die Rechnung also in der  $xy$ -Ebene vornehmen. Das Resultat hängt nicht von den einzelnen Massen, sondern nur vom Verhältnis  $\mu = m_2/m_1$  ab.

**Aufgabe 18: Relativistische Streuung:** Bei Streuvorgängen der Form  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$  werden oft die lorentzinvarianten Größen  $s, t$  und  $u$ , die sogenannten Mandelstam-Variablen, zur Beschreibung des Streuprozesses verwendet, die als folgende Impuls-Quadrate definiert sind:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_1 - p_4)^2$$

Der 4-er Impuls ist  $p = (E/c, \mathbf{p})$  und das lorentzinvariante Skalarprodukt  $p^2 = p_0^2 - \mathbf{p}^2$ .

- Berechnen sie  $s, t$  und  $u$  im Labor- und Schwerpunktsystem.
- Zeigen Sie, dass nur zwei der drei Mandelstam-Variablen unabhängig sind, da gilt

$$s + t + u = (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2)c^2.$$

- (Mandelstam-Plot) Es soll nun kinematisch die Streuung zweier Teilchen mit gleicher Masse (z.B. Elektronen) im Schwerpunktsystem betrachtet werden. Erläutern sie anhand einer geeigneten Skizze die Begriffe s-Kanal, t-Kanal und u-Kanal. Zeigen sie das für den Streuprozess im s-Kanal gilt:

$$\begin{aligned}s &= 4(k^2 + m^2) \\ t &= -2k^2(1 - \cos \theta) \\ u &= -2k^2(1 + \cos \theta)\end{aligned}$$

wobei  $\theta$  der Streuwinkel im Schwerpunktsystem ist, und  $k = |k_i| = |k_f|$  die Impulse der ein- bzw. auslaufenden Teilchen sind. Zeigen sie das der Prozess physikalisch möglich ist wenn  $s \geq 4m^2$ ,  $t \leq 0$  und  $u \leq 0$  gilt. Stellen sie das Ergebnis geeignet graphisch dar, und interpretieren sie die Spezialfälle  $t = 0$  und  $u = 0$ .

**1.5+0.5+2 Punkte**

**Insgesamt: 12 Punkte**

**Abgabetermin:** Donnerstag 15.06.06 nach der Vorlesung