

Übungen zur Quantenmechanik II

A. Wipf, Sommersemester 2006

Blatt 5

Aufgabe 11: Spinflip im Magnetfeld: Ein Elektron fliegt in die y -Richtung durch ein homogenes Magnetfeld $B\mathbf{e}_z$. Sein Spin hat sich in die positive z -Richtung eingestellt. Von einem Ort $y = 0$ an, welchen das Elektron zur Zeit $t = 0$ passiert, tritt es in eine homogenes Zusatzfeld $B'\mathbf{e}_x$ ein, das es zur Zeit t bei $y = \ell$ wieder verlässt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß während dieser Zeit sein Spin in die negative z -Richtung umgeklappt ist? Tipp: Löse für $y < 0$ und $y > 0$ und die berücksichtige, dass p_y in beiden Gebieten erhalten ist. **6 Punkte**

Aufgabe 12: Rabi-Oszillation: Gegeben ist der Hamiltonoperator $H(t) = H_0 + V(t)$ mit

$$H_0 = E_1|1\rangle\langle 1| + E_2|2\rangle\langle 2| \quad , \quad V(t) = \gamma e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2| + \gamma e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1| \quad ,$$

wobei $E_1, E_2, \omega, \gamma \in \mathbb{R}$; $E_2 > E_1$; $\omega, \gamma > 0$ gilt. Die zwei Zustände $|1\rangle, |2\rangle$ bilden eine Orthonormalbasis für den Hilbertraum. Gesucht ist der Zustand $|\psi(t)\rangle$, welcher die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$

mit Anfangsbedingung $|\psi(t=0)\rangle = |1\rangle$ erfüllt.

1. Lösen Sie das Problem exakt. Gehen sie dabei wie folgt vor:

- Benutzen Sie die Entwicklung des Zustandes $|\psi(t)\rangle$ in der Basis $|n\rangle$: $|\psi(t)\rangle = c_1(t)e^{-iE_1t/\hbar}|1\rangle + c_2(t)e^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle$. Welche Anfangsbedingungen müssen $c_1(t)$ und $c_2(t)$ erfüllen?
- Setzen Sie den Zustand $|\psi(t)\rangle$ in die Schrödingergleichung ein. Sie erhalten zwei gekoppelte Differentialgleichungen für $c_1(t)$ und $c_2(t)$.
- Lösen Sie diese Differentialgleichungen!

6 Punkte

Insgesamt: 12 Punkte

Abgabetermin: Donnerstag 25.05.06 nach der Vorlesung