Übungen zur Quantenmechanik II

A. Wipf, Sommersemester 2006

Blatt 4

Aufgabe 8: Kopplung von zwei Spins: Man suche für eine System von zwei verschiedenen Spin-$\frac{1}{2}$ Teilchen (etwa ein Neutron und Proton) die Spineigenfunktionen, welche das Betragsquadrat $\boldsymbol{S}^2$ und die Komponente S_z des Gesamtspinvektors

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_n + \boldsymbol{S}_p$$

gleichzeitig diagonal machen. Gebe deren Eigenwerte an. **3 Punkte**

Aufgabe 9: Produkt zweier Spins: Berechne die Eigenwerte von

$$\boldsymbol{S}_n \otimes \boldsymbol{S}_p \equiv \sum_{i=1}^{3} S_{ni} \otimes S_{pi}.$$

Meist schreibt man dafür kurz $\boldsymbol{S}_n \boldsymbol{S}_p$. Man zeige, dass der Operator $(\boldsymbol{S}_n \boldsymbol{S}_p)^n$ linear durch $\boldsymbol{S}_n \boldsymbol{S}_p$ ausgedrückt werden kann. **4 Punkte**

Aufgabe 10: Tensoroperatoren: Es seien (V_x, V_y, V_z) und (W_x, W_y, W_z) die kartesischen Komponenten zweier miteinander kommutierender Vektoroperatoren. Aus den neun Operatoren $\{V_x W_x, V_x W_y, \dots\}$ kann man wie folgt Tensoroperatoren der Stufe null (Skalar), Stufe eins (Vektor) und Stufe zwei gewinnen

$$\left\{ \begin{array}{lcl} S & = & \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{W} = T^{(0)} \\ \boldsymbol{U} & = & \boldsymbol{V} \wedge \boldsymbol{W} = T^{(1)} \\ T^{(2)}_{ij} & = & V_i W_j + V_j W_i - \frac{2}{3}\delta_{ij} S. \end{array} \right.$$

a) Für alle drei Operatoren $(S, \boldsymbol{U}, T^{(2)})$ kann man die jeweiligen Normalkomponenten $T^{(j)}_m$ mit maximalen m angeben. Zeigen Sie:

$$\begin{array}{lcl} T^{(0)}_0 & \propto & V_0 W_0 - (V_1 W_{-1} + V_{-1} W_1) \\ T^{(1)}_1 & \propto & V_0 W_1 - V_1 W_0 \\ T^{(2)}_2 & \propto & V_1 W_1. \end{array}$$

b) Berechnen Sie die verbleibenden Normalkomponenten von $T^{(1)}$ und $T^{(2)}$.

5 Punkte

Insgesamt: 12 Punkte

Abgabetermin: Donnerstag 18.05.06 nach der Vorlesung