

Übungen zur Quantenmechanik II

A. Wipf, Sommersemester 2006

Blatt 3

Aufgabe 5: Kopplung von zwei Spin-1-Teilchen: Zwei unterscheidbare Spin-1-Teilchen ohne Bahndrehimpuls, d.h. beide Teilchen besetzen ein s -Niveau, können ein Gesamtsystem mit Gesamtspin $S = 0, 1, 2$ bilden. Was gilt jedoch für zwei identische Spin-1-Teilchen? Welche Einschränkungen gibt es? **3 Punkte**

Aufgabe 6: Kopplung von drei Drehimpulsen: Wir betrachten Eigenzustände des gesamten Drehimpulses

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_3,$$

wobei die einzelnen Drehimpulse den Wert 1 haben. Es sei $j(j+1)$ der Eigenwert von \mathbf{J}^2 .

- Was sind die möglichen Werte für j ? Wieviel linear unabhängige Zustände gibt es für jeden der erlaubten j -Werte? **2 Punkte**
- Konstruiere den Zustand mit $j = 0$ explizit. Sind \mathbf{a} , \mathbf{b} und \mathbf{c} gewöhnliche 3-er Vektoren, dann gibt es genau einen multilinearen Skalar, nämlich $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$. Finde einen Zusammenhang zwischen dieser Tatsache und Ihrem Resultat für den Zustand mit $j = 0$. **3 Punkte**

Aufgabe 7: Vektoroperator: Für einen Vektoroperator \mathbf{V} gilt

$$[L_i, V_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}V_k.$$

Zeigen Sie, dass dann die Operatoren

$$T_0^{(1)} := V_3 \quad \text{und} \quad T_{\pm 1}^{(1)} := \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (V_1 \pm iV_2)$$

die Kommutatorrelationen

$$\begin{aligned} [L_3, T_q^{(1)}] &= \hbar q T_q^{(1)} \quad q \in \{0, \pm 1\} \quad \text{und} \\ [L_{\pm}, T_q^{(1)}] &= \hbar \sqrt{(1 \mp q)(1 \pm q + 1)} T_{q \pm 1}^{(1)} \end{aligned}$$

erfüllen.

1+3=4 Punkte

Insgesamt: 12 Punkte

Abgabetermin: Donnerstag 11.05.06 nach der Vorlesung