Theoretisch-Physikalisches Institut
Friedrich-Schiller Universität Jena

Elektrodynamik

Wintersemester 2016/17

Hausübung 9

Abgabe am 05.01.2017 in der Vorlesung

Aufgabe 25: Induktionskoeffizienten

Im Folgenden betrachten wir N Leiterschleifen C_k, in denen jeweils die Ströme I_k mit $k \in \{1, \ldots, N\}$ fließen. Der Induktionsfluß ist durch

$$\Phi(F_i) = \int_{F_i} d^2\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{B} \tag{1}$$

definiert, wobei F_i eine Fläche mit der Eigenschaft $\partial F_i = C_i$ ist. Zeigen Sie, dass $\Phi(F_i)$ wie folgt geschrieben werden kann

$$\Phi(F_i) = \sum_{j=1}^{N} L_{ij}\, I_j \tag{2}$$

mit den Induktionskoeffizienten L_{ij}

$$L_{ij} = \frac{1}{c} \oint_{C_i} \oint_{C_j} \frac{d\boldsymbol{r_i} \cdot d\boldsymbol{r_j}}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|} \,. \tag{3}$$

Nun betrachten wir den Fall von zwei Kreisströmen mit Radien R_1 bzw. R_2 deren Mittelpunkt jeweils auf der z-Achse bei $z = z_1$ bzw. $z = z_2$ liegen. Vereinfachen Sie das Integral für den Induktionskoeffizienten L_{12} so weit wie möglich. Geben Sie das Resultat jedoch für die Fall $|z_2 - z_1| \gg R_{1,2}$ an. (5+5 Punkte)

Hinweis: Im zweiten Teil der Aufgabe erhalten Sie ein elliptisches Integral, welches Sie geeignet nähern sollten.

Weihnachtsbonus (weitere 10 Punkte) für diejenigen, die lückenlos für den Fall $|z_2 - z_1| \ll R_{1,2}$ den Induktionskoeffizienten L_{12} zu

$$L_{12} \approx \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{c} \left[\log\left(\frac{8\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{|z_1 - z_2|^2 + (R_2 - R_1)^2}} \right) - 2 \right]$$

bestimmen.