

**Elektrodynamik**

Wintersemester 2016/17

Hausübung 8

Abgabe am 22.12.2016 in der Vorlesung

**Aufgabe 23: Magnetfeld im Koaxialkabel**

Im folgenden betrachten wir ein unendlich langes Koaxialkabel entlang der  $z$ -Achse. Das Koaxialkabel besteht aus einem unendlich langen Draht mit kreisförmigen Querschnitt (Radius  $R$ ), dem sogenannten Innenleiter, durch den ein konstanter Gleichstrom mit Stromdichte  $\mathbf{j} = j_0 \mathbf{e}_z$  fließt. Desweiteren gibt es einen koaxialen zylindrischen Rückleiter mit dem Querschnitt eines Kreisrings (Innenradius  $R_i$  mit  $R_i > R$  und Außenradius  $R_a > R_i$ ). Im Hohlraum zwischen  $R$  und  $R_i$  sowie im Außenraum  $r > R_a$  fließe kein Strom.

- (i) Berechnen Sie die Stromstärke  $I$  im Innenleiter, und daraus die Stromdichte im Rückleiter. (Hinweis: Im Rückleiter fließt die Stromstärke  $-I$ .)
- (ii) Berechnen Sie das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  im Innenleiter, Hohlraum, Rückleiter und im Außenraum indem Sie die zugehörige Poissongleichung lösen. (Hinweise: Benutzen Sie Zylinderkoordinaten. Es liegen keine Oberflächenströme vor. Welche Anschlussbedingungen gelten daher an den Grenzflächen?)
- (iii) Berechnen Sie das zugehörige Magnetfeld in den jeweiligen Bereichen und skizzieren Sie die  $\phi$ -Komponente des Magnetfelds.

(2+5+5 Punkte)

**Aufgabe 24: Kraft und Drehmoment**

Im Folgenden betrachten wir ein äußeres Magnetfeld  $\mathbf{B}_{ext}(\mathbf{r})$  und eine um den Koordinatenursprung lokalisierte Stromdichte  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ , die durch ein magnetisches Dipolmoment  $\mathbf{m}$  hinreichend gut beschrieben ist.

- (i) Bestimmen Sie die Kraft des äußeren Magnetfelds auf die lokalisierte Stromdichte. Wie lautet die analoge Formel in der Elektrostatik?

Hinweis: Verwenden Sie die Lorentzkraft

$$\mathbf{F} = \frac{1}{c} \int d^3\mathbf{r} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}_{ext}(\mathbf{r})$$

und nähern Sie das äußere Magnetfeld durch dessen Taylorreihe um den Koordinatenursprung.

- (ii) Bestimmen Sie das mechanische Drehmoment des äußeren Magnetfelds auf die lokalisierte Stromdichte. Wie stellt sich ein magnetisches Dipolmoment im Gleichgewichtsfall ein?

(4+4 Punkte)