THEORETISCH-PHYSIKALISCHES INSTITUT
FRIEDRICH-SCHILLER UNIVERSITÄT JENA

Elektrodynamik

Wintersemester 2016/17

Hausübung 7

Abgabe am 15.12.2017 in der Vorlesung

Aufgabe 20: Magnetfeld der Leiterschleife

Wir betrachten eine kreisförmige Leiterschleife in der (x, y)-Ebene mit Radius R, in der ein zeitlich konstanter homogener Strom I fliesst. Der Mittelpunkt der Leiterschleife falle mit dem Koordinatenursprung zusammen. Geben Sie einen möglichst weit vereinfachten Ausdruck für das Vektorpotential $\boldsymbol{A}$ an, und zeigen Sie, dass $\boldsymbol{A}$ nur eine φ-Komponente hat. Berechnen $\boldsymbol{A}_\varphi$ für die folgenden zwei Spezialfälle

(i) in der Nähe der z-Achse, d.h. für $x^2 + y^2 \ll R^2$.

(ii) im Außenraum, d.h. für $r \gg R$.

Wie lautet das $\boldsymbol{B}$-Feld?

Hinweis: Verwenden Sie Kugelkoordinaten. Bei dem vereinfachten Ausdruck für $\boldsymbol{A}_\varphi$ handelt es sich um einen Integralausdruck, der nur für die angegebenen Spezialfälle elementar auswertbar ist. Beide Spezialfälle lassen sich tatsächlich simultan behandeln, d.h. eine Fallunterscheidung ist nicht notwendig. (10 Punkte)

Aufgabe 21: Geladene Rotierende Kugel

Wir betrachten eine Kugel vom Radius R, die auf der Oberfl̈ache eine homogen verteilte Ladung Q trägt. Der Kugelmittelpunkt sei der Koordinatenursprung. Die Kugel rotiere um die z-Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω. Berechnen Sie das Vektorpotential $\boldsymbol{A}$ und daraus resultierende $\boldsymbol{B}$-Feld innerhalb und außerhalb der Kugel.

Hinweis: Argumentieren Sie, dass

$$\int d^3\mathbf{r}' \, \frac{\delta(r' - R)\,\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = f(r)\frac{\mathbf{r}}{r}.$$

gilt. Die Funktion $f(r)$ können Sie mittels eines Integral schreiben, welches Sie durch

$$\int \frac{d\xi\,\xi}{(A - B\,\xi)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{2}{3\,B^2}\,(2A + B\xi)\,(A - B\xi)^{\frac{1}{2}} + C.$$

auswerten können. (10 Punkte)

Aufgabe 22: Anschlußbedingungen für $\boldsymbol{A}$

Leiten Sie die Anschlußbedingungen für das Vektorpotential $\boldsymbol{A}$ in der Coulomb-Eichung (d.h. mit $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{A} = 0$) an Grenzflächen mit Oberflächenstromdichte $\boldsymbol{j}^{\mathcal{O}}$ her. (5 Punkte)