

Elektrodynamik

Wintersemester 2016/17

Hausübung 3

Abgabe am 17.11.2016 in der Vorlesung

Aufgabe 8: Methode der Greenschen Funktionen

Wie in Aufgabe 6 betrachten wir eine Metallkugel mit Radius R . Die Metallkugel wird diesmal jedoch auf dem konstanten Potential Φ_L gehalten. Der Mittelpunkt der Metallkugel sei im Koordinatenursprung. Außerdem befindet sich im Punkt \mathbf{r} eine Punktladung Q .

- (a) Bestimmen Sie die Greenfunktion $G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ zu diesem Problem!
- (b) Bestimmen Sie das elektrostatische Potential außerhalb der Kugel!

(5+5 Punkte)

Aufgabe 9: Dirichlet-Greensfunktion

Zeigen Sie, dass die Greensfunktion des Laplace-Operators für das Dirichlet-Problems, $G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ symmetrisch in den Argumenten ist, d.h.

$$G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_D(\mathbf{r}', \mathbf{r})$$

Hinweis: Verwenden Sie die in der Vorlesung hergeleitete zweite Greensche Identität. (4 Punkte)

Aufgabe 10: Multipolmomente

- (a) Man bestimme das Monopol-, Dipol- und Quadrupolmoment einer unendlich dünnen Kugelschale (Ladung $-Q$, Radius R), in deren Inneren sich eine positiv geladene Punktladung Q befindet.
- (b) Bestimmen Sie das Dipol- sowie das Quadrupolmoment für ein Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a , a und b und konstanter Ladungsdichte. Testen Sie Ihre Ergebnisse insbesondere für den Spezialfall $a = b$.

(6+5 Punkte)

Aufgabe 11: Leitende Kugel im homogenen \mathbf{E} -Feld

Wir betrachten eine leitende Kugel vom Radius R in einem homogenen elektrischen Feld in x-Richtung mit konstanter Feldstärke $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$.

- (a) Zeigen Sie, dass Sie das homogene elektrische Feld durch zwei Punktladungen (Ladung $-q$ am Ort $\mathbf{r} = r_0 \mathbf{e}_x$ sowie Ladung q am Ort $\mathbf{r} = -r_0 \mathbf{e}_x$) erhalten, sofern Sie den Limes $r_0 \rightarrow \infty$ betrachten und q geeignet skalieren. Wie hängen E_0, r_0 und q zusammen?
- (b) Konstruieren Sie nun das elektrostatische Potential, wenn Sie nun die leitende Kugel berücksichtigen. Hinweis: Betrachten Sie zuerst die Konfiguration von Aufgabe (a) mit endlichem r_0 , und implementieren Sie die Randbedingungen für die Kugel beispielsweise mittels Spiegelladungen. Nehmen Sie dann erst den Limes $r_0 \rightarrow \infty$ vor. Zeigen Sie, dass das elektrostatische Potential in diesem Limes einen Dipolterm enthält. Berechnen Sie das elektrische Feld und zeichnen Sie die Feldlinien.

(3+7 Punkte)