

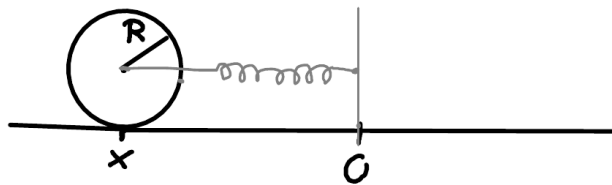
7. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE MECHANIK

Abgabe am Dienstag der 8. Semesterwoche zu Vorlesungsbeginn.

Aufgabe 20:

(6 Punkte)

Ein homogener Zylinder mit Radius R und Masse M rolle schlupffrei über eine Ebene in x -Richtung. Sein Trägheitsmoment betrage $I = \frac{1}{2}MR^2$. Der Zylinder wird vom Punkt $x = 0$ durch eine harmonische Federkraft angezogen. Zeigen Sie, dass der Zylinder eine harmonische Schwingung ausführt, bestimmen Sie die Frequenz und vergleichen Sie diese mit derjenigen eines reibungsfrei gleitenden Zylinders.



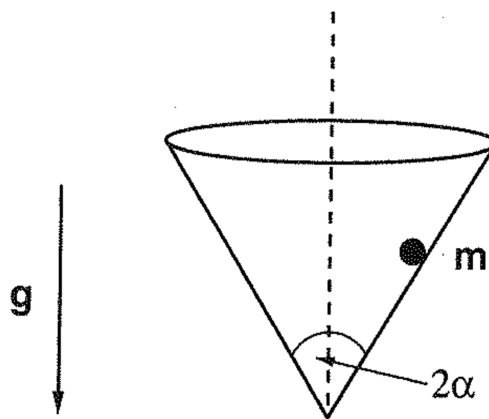
Aufgabe 21:

(12 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich unter Einfluss der Schwerkraft auf der Innenseite eines Kegels mit Öffnungswinkel 2α . Benutzen Sie den Winkel φ um die Symmetrieachse des Kegels und den Abstand r von der Spitze des Kegels als generalisierte Koordinaten.

gangsgleichung für eine kleine Abweichung ξ von der Kreisbahn betrachten, $\xi = r - r_0$. Hinweis: $(1 + x)^{-n} \simeq 1 - nx$ für $|x| \ll 1$ und $n > 0$.

- (a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung ab.
- (b) Unter welcher Bedingung kann eine Kreisbewegung mit Abstand $r = r_0$ von der Kegelspitze in der horizontalen Ebene auftreten?
- (c) Diskutieren Sie die Stabilität einer solchen Bewegung, indem Sie die Bewe-



Aufgabe 22:

(10 Punkte)

Unter dem Einfluss der Schwerkraft ($\mathbf{F} = -mg\hat{e}_z$) beginnt auf einer Kugeloberfläche, definiert durch

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

ein Massepunkt m am Ort $P = (0, 0, R)$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 , $0 < v_0 < \sqrt{gR}$, abwärts zu gleiten. In welcher Höhe verliert der Massepunkt den Kontakt mit der Kugeloberfläche?

(Hinweise: Wählen Sie o.B.d.A. die Bewegung in der (x, z) Ebene. Stellen Sie die Lagrange-Gleichung 1. Art mit Langrange-Multiplikator λ auf. Bestimmen Sie den Punkt, an dem der Massepunkt die Kugeloberfläche verlässt, aus der Bedingung, dass die Zwangskraft $\sim \lambda$ verschwindet.)