6. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Mechanik

Abgabe am Dienstag der 7. Semesterwoche zu Vorlesungsbeginn.

Aufgabe 16: (6 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Eulerschen Gleichungen, dass die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten der Ebene eine Strecke ist.

Aufgabe 17: (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für das Variationsproblem $\delta J = 0$ mit

$$J = \int_{t_1}^{t_2} dt\, f(y, \dot{y}, \ddot{y}; t)$$

die Gleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

eine notwendige Bedingung für ein Extremum liefert.

Aufgabe 18: (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche eines Rotationskörpers mit der Abszisse ("x-Achse") als Rotationsachse, der durch eine stetig differenzierbare Kurve durch zwei feste Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) erzeugt wird. Für welche Kurve wird diese Oberfläche minimal? (Sie brauchen die Integrationskonstanten nicht explizit durch (x_1, y_1) und (x_2, y_2) auszudrücken.)

Aufgabe 19: (8 Punkte)

Das "Fermatsche Prinzip" besagt, dass ein Lichtstrahl bei gegebenem Anfangs- und Endpunkt denjenigen Weg einschlägt, der die kürzeste Zeit beansprucht. Benutzen Sie diesen Satz, um das Snelliussche Brechungsgesetz

$$n_1 \sin\psi_1 = n_2 \sin\psi_2$$

für den Übergang von Licht von einem Medium mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c_1 = \frac{c}{n_1}$ in ein Medium mit $c_2 = \frac{c}{n_2}$ zu beweisen.