

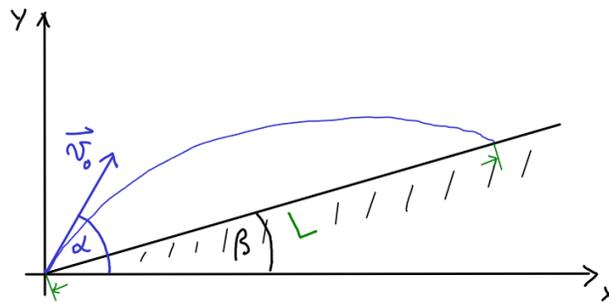
## 3. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE MECHANIK

Moodle-Abgabe der Wertungsaufgaben bis Mittwoch der 4. Semesterwoche um 19:00 Uhr

**Aufgabe 5:**

(8 Punkte)

Ein Ball werde mit der Anfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_0$  hangaufwärts geschossen. Berechnen Sie die maximale Reichweite  $L$  unter dem Einfluß der Schwerkraft, wenn die Entfernung hangaufwärts gemessen wird, siehe Skizze. Der Hang habe den Neigungswinkel  $\beta$  gegen die Horizontale.

**Aufgabe 6:**

(8 Punkte)

Die Kugelkoordinaten  $r, \theta, \phi$  seien durch

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta$$

definiert.

(a) Zeigen Sie dass der Vektor

$$d\mathbf{r} = dx\mathbf{e}_x + dy\mathbf{e}_y + dz\mathbf{e}_z$$

in Kugelkoordinaten durch

$$d\mathbf{r} = dr\mathbf{e}_r + r d\theta\mathbf{e}_\theta + r \sin \theta d\phi\mathbf{e}_\phi$$

gegeben ist. Verwenden Sie hierzu die Beziehungen

$$dx = \frac{\partial x(r, \theta, \phi)}{\partial r} dr + \frac{\partial x(r, \theta, \phi)}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x(r, \theta, \phi)}{\partial \phi} d\phi,$$

ähnlich für  $dy$  und  $dz$ .

(b) Zeigen Sie, dass die Vektoren  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi$  eine Orthonormalbasis bilden.

(c) Stellen Sie die Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{r}}$  und die Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{r}}$  in Kugelkoordinaten dar.

### Präsenzaufgabe P3:

In einem einfachen Modell für Gitterkräfte bewege sich ein Gitteratom unter dem Einfluss einer elastischen Kraft  $F_1 = -fx$  und einer abstoßenden Kraft  $F_2 = a/x^3$  mit  $f > 0, a > 0$ .

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und lösen Sie diese. Multiplizieren Sie hierzu die Bewegungsgleichung mit  $\dot{x}$ .

(b) Für welche Integrationskonstanten ergeben sich

– dauernde Ruhe

$$x = x_R = \text{const.},$$

– kleine Schwingungen um die Ruhelage

$$x(t) = x_R + \xi(t), \quad \text{mit } \xi \ll x_R,$$

derart dass  $\xi(t)$  eine harmonische Schwingung beschreibt, oder

– Kippschwingungen? Kippschwingungen sind Schwingungen der Form

$$x \sim |\cos(\omega t + \delta)|.$$