

## 12. ÜBUNGSBLATT ZUR THERMODYNAMIK/STATISTISCHE PHYSIK

Abgabe am Donnerstag der 13. Semesterwoche auf Moodle.

**Aufgabe 30:**

(10 Punkte)

Berechnen Sie die thermodynamischen Eigenschaften eines ultrarelativistischen Gases von  $N$  klassischen, ununterscheidbaren Teilchen mit der mikroskopischen Hamilton-Funktion  $H(q, p) = \sum_{n=1}^N |\mathbf{p}_n|c$ :

- Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme  $Z_c(T, V, N)$  explizit. Zeigen Sie, dass ein geeigneter Ausdruck für die thermische Wellenlänge in diesem Fall gegeben ist durch  $\lambda_T = hc/(2\pi^{1/3}k_B T)$  (für die Wahl von  $h_0 = h$ ).
- Bestimmen Sie die freie Energie  $F$  (unter Verwendung der Stirling'schen Näherungsformel  $\ln N! \simeq N \ln N - N$ ), die thermodynamische Zustandsgleichung für den Druck  $p$  und die Entropie  $S$ .
- Zeigen Sie, dass für die innere Energie  $U = F + TS = 3Nk_B T$  im Einklang mit einer vorhergehenden Übung folgt.

**Aufgabe 31:**

(6 Punkte)

Wie in der Vorlesung behandelt, lautet die kanonische Zustandssumme für ein ideales Gas ununterscheidbarer Teilchen

$$Z_c = \frac{V^N}{N!} \left( \frac{\sqrt{2\pi m k_B T}}{2\pi \hbar} \right)^{3N}.$$

- Zeigen Sie, dass die entsprechende großkanonische Zustandssumme desselben Systems mit dem chemischen Potential  $\mu$  wie folgt geschrieben werden kann:

$$Z_{\text{gc}} = \exp \left[ V \left( \frac{\sqrt{2\pi m k_B T}}{2\pi \hbar} \right)^3 \exp \left( \frac{\mu}{k_B T} \right) \right].$$

- Berechnen Sie die freie Enthalpie  $G(T, p, N)$  sowie das großkanonische Potential  $J(T, V, \mu)$  des Systems.

**Aufgabe 32:**

(8 Punkte)

Berechnen Sie die Verteilung der Relativimpulse zweier Teilchen in einem idealen Gas:  $f_{ik}(p) = \langle \delta(p - |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k|) \rangle$  mit Hilfe des kanonischen Ensembles. (Hinweis: für die Impulsintegration ist die Verwendung von Schwerpunktsimpuls und Relativimpuls als neue Impulsraumkoordinaten nützlich.)