

## 06. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG QUANTENTHEORIE

Moodle-Abgabe der Wertungsaufgaben bis Mittwoch der 7. Semesterwoche um 19:00 Uhr

**Aufgabe 11:**

(7 Punkte)

Betrachten Sie ein zweidimensionales System, dessen Hamiltonoperator in Matrixdarstellung (bzgl. der  $S_z$  Eigenbasis) durch

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

(a) Stellen Sie den Zeitentwicklungsoperator in der  $S_z$ -Eigenbasis  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  dar und berechnen Sie den Zustand  $|\psi(t)\rangle$ , wenn

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$$

ist. Zu welchen Zeitpunkten ist  $|\psi(t)\rangle$  identisch mit dem ursprünglichen Zustand  $|\psi(0)\rangle$ ?

(b) Betrachten Sie den Operator

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Kann es sich um eine Konstante der Bewegung handeln? Geben Sie den Erwartungswert von  $A$  im Zustand  $|\psi(t)\rangle$  (also zu beliebigen Zeitpunkten) an.

(c) Zeigen Sie, dass der Operator  $A$  die Eigenwerte  $\lambda = \pm 3$  hat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird im Zustand  $|\psi(t)\rangle$  der Eigenwert  $\lambda = +3$  gemessen?

**Aufgabe 12:**

(7 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse  $m$  im unendlich hohen eindimensionalen Potentialtopf mit  $V = 0$  für  $0 \leq x \leq a$  und  $V = \infty$  für  $x < 0$  oder  $x > a$ .

(a) Man bestimme die normierten Wellenfunktionen im Ortsraum und das Energiespektrum.

(b) Betrachten Sie nun die beiden untersten Energiezustände als Zweiniveausystem und nehmen Sie an, dass im Zustand  $|\psi, t = 0\rangle$  die Wahrscheinlichkeitsamplitude für den  $n = 2$  Energiezustand um den Faktor  $\sqrt{3}$  größer ist als für den Grundzustand. Wie lautet die Wellenfunktion zur Zeit  $t = 0$  bzw.  $t > 0$ ?

(c) Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit  $|\psi(x, t)|^2 = |\langle x|\psi, t\rangle|^2$ .

**Präsenzaufgabe P06:**

Zeigen Sie, dass die eindimensionale Schrödingergleichung mit dem Potential  $V(x) = V_0 a\delta(x)$ ,  $V_0 < 0$ , genau einen gebundenen Zustand mit Energie  $E < 0$  besitzt und berechnen Sie dessen Energie und Wellenfunktion.