04. Übungsblatt zur Vorlesung Quantentheorie

Moodle-Abgabe der Wertungsaufgaben bis Mittwoch der 5. Semesterwoche um 19:00 Uhr

Aufgabe 7: (6 Punkte)

Zwei selbstadjungierte Operatoren A und B antikommutieren, $\{A, B\} = AB + BA = 0$. Kann es simultane Eigenkets von A und B geben?

Aufgabe 8: (7 Punkte)

Verifizieren Sie folgende Eigenschaften des Kommutators:

(a) $[X, YZ] = Y[X, Z] + [X, Y]Z$

(b) $[X, [Y, Z]] + [Y, [Z, X]] + [Z, [X, Y]] = 0$ (Jacobi-Identität)

(c) Was folgt aus der Jacobi-Identität für die drei-dimensionalen Vektoren $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$, wenn $X = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{x}$, $Y = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{y}$, $Z = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{z}$? (Hinweis: Aufgabe 3(c), Blatt 02)

Präsenzaufgabe P04:

Zeigen Sie mit Hilfe der fundamentalen Kommutatoren $[x_i, x_j] = 0$, $[p_i, p_j] = 0$ und $[x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij}$, dass für alle Funktionen $F(\mathbf{x})$, die eine Taylor-Entwicklung um $\mathbf{x} = 0$ besitzen, gilt:

$$[p_i, F(\mathbf{x})] = -i\hbar \frac{\partial F}{\partial x_i}.$$

Zeigen Sie unter analogen Voraussetzungen, dass

$$[x_i, G(\mathbf{p})] = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_i}.$$