

# 100 Jahre Quantentheorie: Teilchen, Wellen, Strings

Andreas Wipf, TPI, FS-Universität Jena

Ilmenau, 23. Januar 2001

- Geburt der Quantentheorie: Hohlraumstrahlung
- Der Casimir-Effekt, Divergenzen
- Standardmodell: Erfolge
- Probleme der QFT
- Von Punktteilchen zu Strings

# Die Geburt der Quantentheorie

Vorherrschende Meinung bis nach 1900:

*Die wichtigsten Grundgesetze und Grundtatsachen der Physik sind alle schon entdeckt, und diese haben sich bis jetzt so fest bewährt, daß die Möglichkeit, sie wegen neuer Entdeckungen beiseite zu schieben, außerordentlich fern zu liegen scheint.*

A. MICHELSON 1903

≥ 1900 : Erklärung der Hohlraumstrahlung →

Geburt der Quantentheorie

14. Dezember 1900: DPG-Vortrag von MAX PLANCK

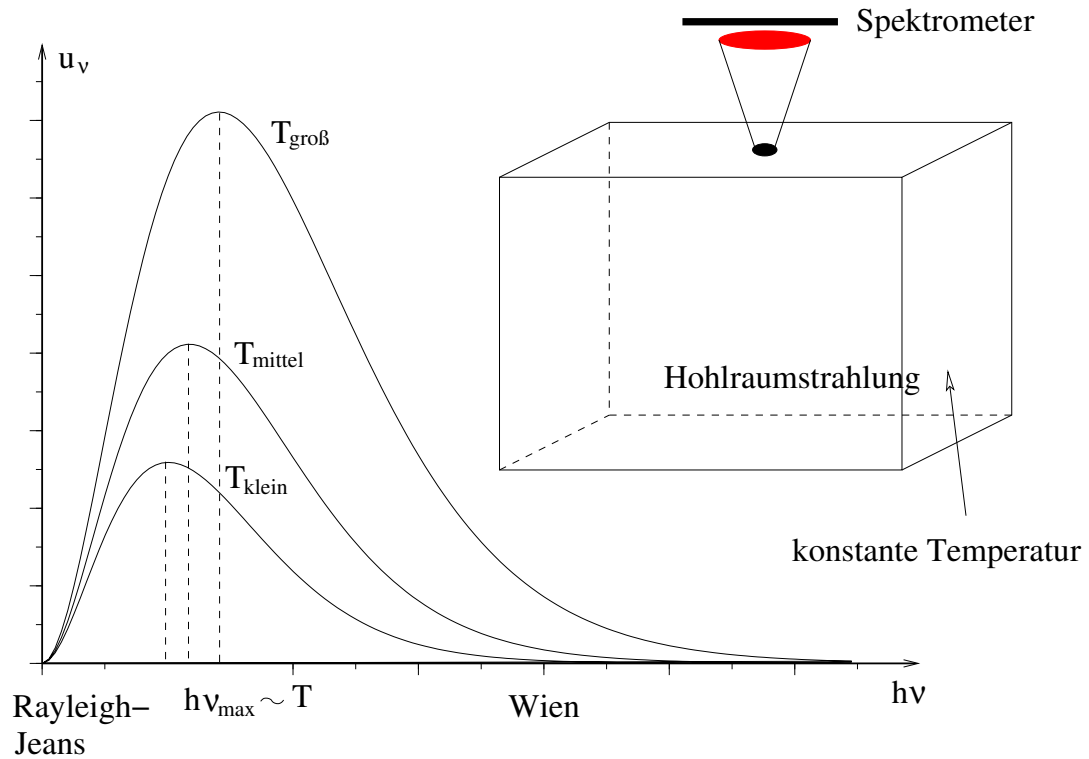
*Kurzum zusammengefaßt kann ich die ganze Tat einen Akt der Verzweiflung bezeichnen*

MAX PLANCK, 1931

100 Jahre Quantenphysik, Phys. Blätter 12/2000

# Das Problem mit der Hohlraumstrahlung

Elektromagnetische Strahlung in Hohlraum mit Platin-Iridium Wänden:



W. Wien's Vorschlag (1896):

$$u(T, \nu) = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \cdot h\nu \cdot \exp(-h\nu/kT).$$

Bis Ende 1899 mit Experimenten vereinbar

O. LUMMER UND E. PRINGSHEIM (19.9.1899): systematische Diskrepanz zu Experimenten im langwelligem Strahlungsbereich (4-8,5  $\mu\text{m}$ ).

F. KURLBAUM UND H. RUBENS: Gravierende Abweichungen vom Wienschen Strahlungsgesetz (bis 50  $\mu\text{m}$ ).

RAYLEIGH UND JEANS (Juni 1900): Elektrodynamik + Gleichverteilungssatz  $\implies$

$$u(T, \nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

Sehr gut begründet, stimmt bei großen Wellenlängen.

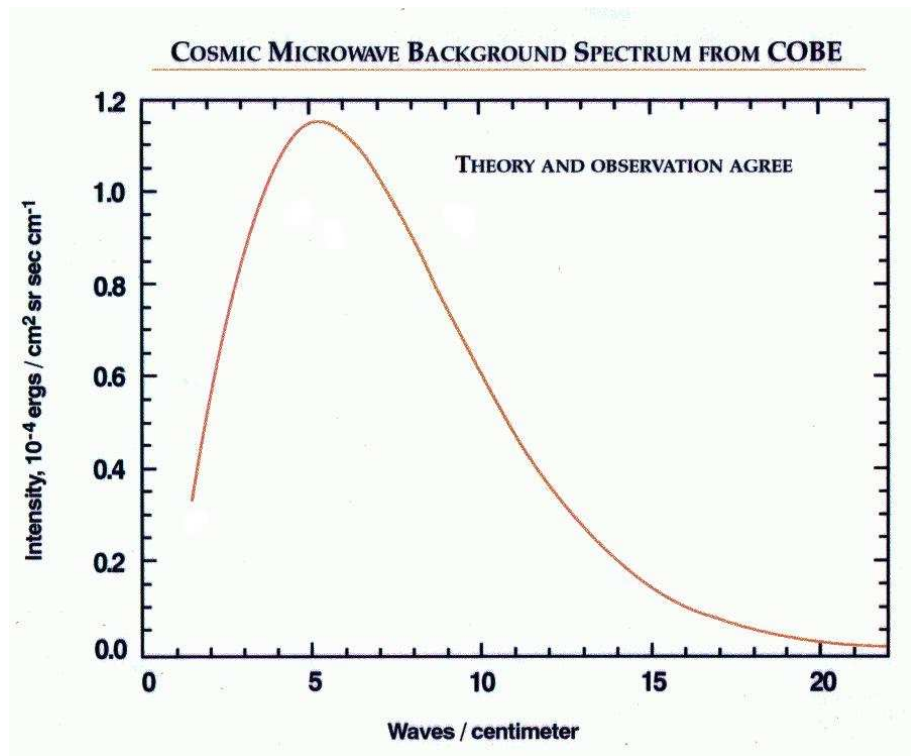
Wiensches Gesetz  $\iff$  Rayleigh-Jeans Gesetz

MAX PLANCK (14.12.1900): Interpolation

$$u(T, \nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \implies h$$

Zur experimentellen Überprüfung empfohlen! Perfekte Übereinstimmung

Idealer schwarzer Körper: unser Universum; *kosmische Hintergrundstrahlung*  $T = 2.726 \text{ K}$



Revolutinäre Annahme: Oszillator tauscht nur quantisierte Energien mit Strahlungsfeld aus

$$E = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}, \quad \text{Wirkungsquantum}$$

*...koste es was es wolle, ein positives Resultat herbeiführen wollte, PLANCK*

EINSTEIN (1905): Licht wird in lokalisierten Päckchen (*Photonen*) innerhalb des Lichtstrahls transportiert

$$\text{Energien} \quad E = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Wiederaufleben des Teilchenbildes des Lichts

- Photoelektrischer Effekt (1905)
- Comptoneffekt
- Atomphysik, Quantenmechanik; Anwendungen in Kern-, Teilchen-, Festkörper-, Astrophysik, ...

## Strahlungsfeld und Casimireffekt

Elektromagnetisches Feld im Hohlraum  $L^3$  ( $\vec{A}$ )

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \sum \dot{\vec{a}}(t, \vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$$

$$\vec{B} = i \sum \vec{k} \wedge \vec{a}(t, \vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{a}(t, \vec{k}) = 0, \quad \vec{k} \in \left\{ \frac{2\pi}{L} (n_1, n_2, n_3) \mid n_i \in \mathbb{Z} \right\}$$

Maxwellgleichungen  $\longrightarrow$

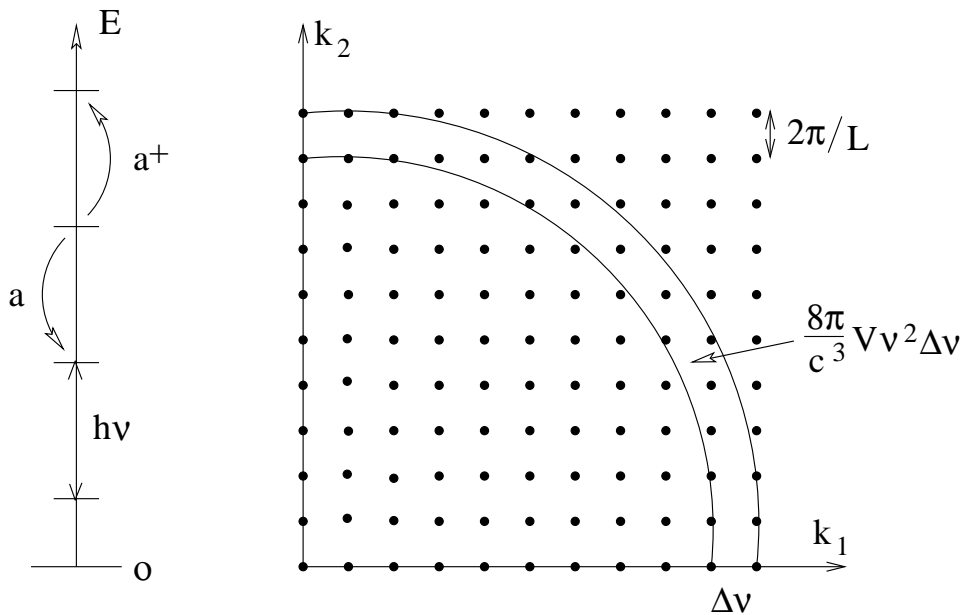
$$\ddot{\vec{a}}(t, \vec{k}) + \omega^2(\vec{k})\vec{a}(t, \vec{k}) = 0, \quad \omega = 2\pi\nu = c|\vec{k}|$$

Hohlraumstrahlung  $\sim \infty$  harmonische Oszillatoren;  
 Oszillator mit  $\nu$ ,  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ ,  $H = h\nu(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$ :

$$E_n = h\nu(n + \frac{1}{2})$$

$$e^{-F_\nu/kT} = \sum e^{-E_n/kT}$$

$$U_\nu = \frac{\partial}{\partial \beta}(\beta F_\nu) = \frac{1}{2}h\nu + \frac{\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



## Spektrale innere Energiedichte der Hohlraumstrahlung

$$u_\nu d\nu = \underbrace{\frac{4\pi}{c^3} h\nu d\nu}_{\text{Nullpunkt}} + \underbrace{\frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{\exp \frac{h\nu}{kT} - 1} d\nu}_{\text{Plancksches Gesetz}}.$$

## Unendliche Nullpunktsenergie

$$U_0 = \frac{4\pi}{c^3} hV \int_0^\infty \nu^3 d\nu = \infty.$$

WOLFGANG PAULI: Und das Universum reichte nicht einmal bis zum Mond (31 km).

CASIMIR-EFFEKT (1948): Nullpunktsenergie  $U_0$  ist beobachtbar

Strahlungsfeld zwischen zwei leitenden Platten ( $A$ ):

$$U_0 = \frac{2\pi hc}{L^3} A \sum_n \int_0^\infty dx x \sqrt{n^2 + x^2}.$$

Abschneiden:  $\sqrt{n^2 + x^2} \leq L/\text{Atomgröße}$



Beitrag für  $L' \gg L$ ,  $L' \rightarrow \infty$  subtrahieren:

$$\frac{U_0}{A} = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720 L^3} \quad , \quad \frac{F}{A} = -\frac{0.013 \text{ dyn}}{L_{\mu m}^4 \text{ cm}^2}$$

- Endlich, unabhängig von Abschneidewert
- Platten ziehen sich an
- 10% Übereinstimmung mit Experiment (Spaarnay, Lamoreaux)
- Vakuumfluktuationen  $\rightarrow$  spontane Emission
- Lambverschiebung
- Nur  $u_\nu \sim \nu^3$  mit Lorentzinvarianz verträglich
- Bosonen: Anziehung; Fermionen: Abstoßung

Gibt Theorien mit Bosonen und Fermionen für welche keine Divergenz auftritt  $\rightarrow$  SUPERSYMMETRIE.

Erzeugt Energie der Vakuumfluktuationen  
Gravitationsfeld?

# Quantenfeldtheorien und ihre Erfolge

Alle bekannten mikroskopischen Wechselwirkungen werden erfolgreich durch spezielle Quantenfeldtheorien (Eichtheorien) beschrieben.

MATERIE: 3 Familien

$$\text{Leptonen : } \psi \sim \begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

$$\text{Quarks : } \psi \sim \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Hadronen ( $p, n, \dots$ ): gebundene  $(q, \bar{q}), (q, q, q)$

Kraft	wirkt auf	Übermittler
EM	geladene Teilchen	Photon
schwach	Leptonen, Hadronen	$W, Z$ -Bosonen
stark	Quarks	Gluonen
Gravitation	Energie	Graviton

Bisher noch kein freies Quark gefunden

FELDQUANTISIERUNG (Heisenberg, Jordan, Born)

$$\hat{\Phi}(x) \sim \int d^3k \left( \hat{a}(k) e^{-ikx} + \text{h.c.} \right)$$

$$\hat{A}_\mu(x) \sim \int d^3k \left( \epsilon_\mu(k, \lambda) \hat{a}(k, \lambda) e^{-ikx} + \text{h.c.} \right)$$

$$\hat{\psi}(x) \sim \int d^3k \left( u(k, s) \hat{a}(k, \lambda) e^{-ikx} + u_c(k, s) \hat{b}^\dagger(k, s) e^{ikx} \right)$$

- $\hat{a}(k), \hat{a}^\dagger(k)$ : VERNICHTUNGS/ERZEUGUNGSOPERATOR 'harmonischer Oszillator' mit  $\nu(\vec{k})$ .
- $\hat{a}(k)$ : vernichtet Boson/Fermion mit  $\vec{k}$
- $\hat{a}^\dagger(k), \hat{b}^\dagger(k)$  : erzeugt Boson, Antifermion mit  $\vec{k}$

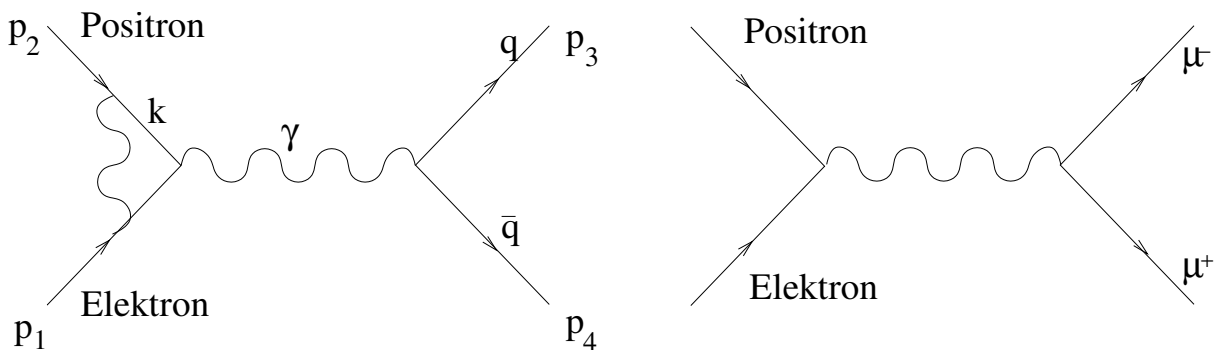
Langrangedichte, Wirkung, Hamiltonoperator durch Eich- und Lorentzinvarianz (fast eindeutig) festgelegt.

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f^i (\gamma^\mu D_\mu^{ij} - im_f \delta^{ij}) \psi_f^j$$

Störungstheorie:  $H = H_0 + H_w$ ,  $(A_\mu, \psi) \rightarrow (\hat{A}_\mu, \hat{\psi}) \rightarrow$

$$S = 1 + (-i) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \hat{H}_w(t') + \frac{(-i)^2}{2!} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} dt'' T(\hat{H}_w(t') \hat{H}_w(t'')) \dots$$

EINSETZEN  $\rightarrow$  FEYNMANREGELN:



$$A(p_1, \dots, p_4) = \int_0^\infty dk f(p, k)$$

Anwendung  $\longrightarrow$  DIVERGENZEN

REGULARISIERUNG/RENORMIERUNG:

- Mache Integral endlich: cutoff  $|k| < \Lambda$
- $\implies A_n(p, m, g, \Lambda)$
- Wähle  $(m(\Lambda), g(\Lambda))$  so, daß

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} A_n(p, m(\Lambda), g(\Lambda), \Lambda) \text{ existiert } n = 1, 2.$$

= Renormierungsbedingung

RENORMIERBARE THEORIE THEORIE MIT  $N$  PARAMETERN  $g_1, \dots, g_N$ :

In jeder Ordnung Störungstheorie genügen  $N$  Renormierungsbedingungen  $\rightarrow g_1(\Lambda), \dots, g_N(\Lambda)$  um alle beobachtbaren Größen (Streuquerschnitte, Massen, ...) endlich zu machen.

QED ( $e, m_e$ ): zwei Bedingungen  $\rightarrow$  andere Observable

Alle fundamentalen Theorien mit Ausnahme der Gravitation sind renormierbar (predictive)

## Einige Erfolge von QFT

- QED
  - Lambverschiebung, Antiteilchen,  $g-2$ , Streuquerschnitte  
... , Genauigkeit bis  $10^{-8}$
- schwache WW
  - Präzessionstest (LEP, DESY), Genauigkeit  $< 1\%$
- starke WW
  - Neue Teilchen, Übereinstimmung Theorie  $\leftrightarrow$  Experiment bei hohen Energien  $\geq 1\text{GeV}$

In Bereichen wo Theorie anwendbar ist, stimmt sie mit ALLEN experimentellen Ergebnissen überein

# Probleme des Standardmodells

- Mehr als 20 FREIE PARAMETER
- Diese Parameter (Massen, Koppelungen, Mischungen) werden nicht erklärt
- STÖRUNGSTHEORIE NICHT ANWENDBAR in physikalisch interessanten Bereichen (Farbeinschluss)
- KEINE VEREINIGUNG der Wechselwirkungen (Elektrizität + Magnetismus  $\sim$  Elektromagnetismus)
- DIE GRAVITATION IST NICHT RENORMIERBAR; nicht vereinbar mit Prinzipien der Quantentheorie. Zu divergent für GROSSE IMPULSE ODER KLEINE ABSTÄNDE

Gibt es Theorie OHNE DIVERGENZEN (bei kleinen Abständen) und die ALLE WECHSELWIRKUNGEN VEREINHEITLICHT???

# Stringtheorien

Einziger ernsthafter Kandidat: STRINGTHEORIE

- Bei sehr kurzen Abständen

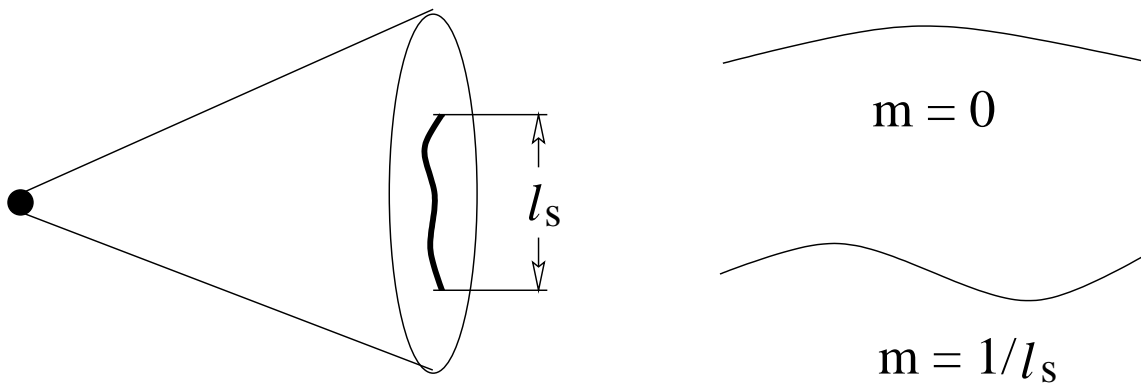
$$\lambda_C < R_S, \quad E > E_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \sim 1.22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$$

⇒ QUANTENGRAVITATION

Keine renormierbare Quantenfeldtheorie (*UV*)

- *Stringtheorie*: fundamentale Objekte = Strings
- Schwingungsmoden des Strings  $\sim$  Teilchen

Vereinheitlichung von Gravitation mit Eichtheorien

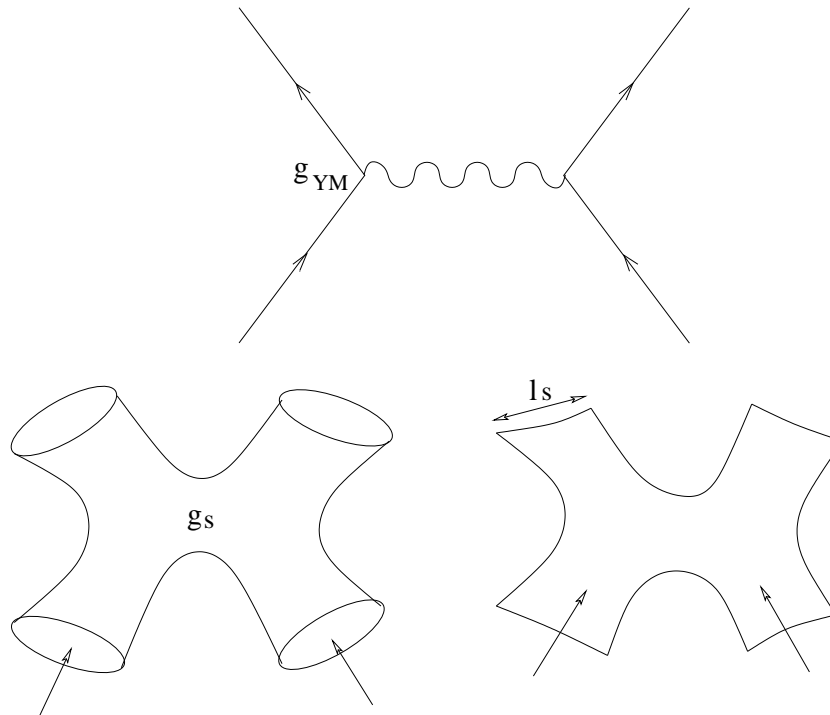




## 5 KONSISTENTE STRINGTHEORIEN IN $D = 10$ :

Typ I: offene und geschlossene Strings  
Typ IIA/IIB, Heterotic: geschlossene Strings

STREUPROZESSE:



Netz von *Dualitäten*

Stringspannung  $T$ :  $l_s^2 = 1/T \leq l_P^2 = \hbar G/c$

$l \gg l_s$  :     String  $\longrightarrow$  Punktteichen  
Stringtheorie  $\longrightarrow$  QFT

- geschlossen: Gravitation  $G_{\mu\nu}, B_{\mu\nu}, \phi$  (NN)
- offen: Eichtheorien  $A_{\mu}^{i\bar{j}}$  (RR)

## **Erfolge der Stringtheorie:**

- Für  $l \gg l_s$ : Stringtheorie  $\rightarrow$  ART + Standardmodell der Mikrophysik
- Konsistente Vereinheitlichung
- Punktteilchen  $\rightarrow$  ausgedehnte Fäden: keine Divergenzen bei kleinen Abständen
- Interessante (mathematische) Strukturen

## **Neueste Entwicklungen:**

- Bestimmte (S)Gravitationstheorie  $\sim$  Eichtheorie
- Neue Ideen für Lösung des Confinement-Problems
- Erklärung der Entropie schwarzer Löcher
- Nichtkommutative Strukturen (fuzzy Räume, Quantenräume, Deformationsquantisierungen)

## Für die Zukunft:

- 10 Dimensionen  $\longrightarrow$  4 Dimensionen (Kaluza-Klein)  
Dynamik muß Grundzustand wählen
- Brechung von (Super)Symmetrien
- EXPERIMENTELL verifizierbare Vorhersagen
- $10^{19}\text{GeV} \longrightarrow 100\text{GeV}$ ,  $l_P \longrightarrow 10^{-17}\text{cm}$