

# Elektrodynamik

Vorlesungs-Skriptum

Andreas Wipf

Theoretisch-Physikalisches-Institut

Friedrich-Schiller-Universität Jena

5. Auflage, SS 2015

1. Auflage SS 2000

©2015 Andreas Wipf, Universität Jena

Kopieren für den privaten Gebrauch unter Angabe des Autors gestattet.

Kommerzielle Verwertung ist nicht gestattet.

Hinweise auf Druckfehler nehme ich gerne entgegen ([wipf@tpi.uni-jena.de](mailto:wipf@tpi.uni-jena.de))

Markus Hansen, Markus Huber, Thomas Strobl und Ulrich Theis halfen beim Korrektur lesen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Die Ursprünge der Elektrodynamik</b>	<b>1</b>
1.1	Literaturhinweise . . . . .	1
1.2	Geschichtliches . . . . .	2
1.3	Einleitung . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Einführung in die Elektrostatik</b>	<b>8</b>
2.1	Das Coulombsche Gesetz und Maßsysteme . . . . .	8
2.1.1	Messung und Einheit der Ladung . . . . .	10
2.2	Das elektrische Feld . . . . .	11
2.3	Feldgleichungen der Elektrostatik . . . . .	19
2.3.1	Feld einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung . . . . .	20
2.4	Energie des elektrostatischen Feldes . . . . .	22
2.4.1	Probleme mit der Selbstenergie . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Randwertprobleme der Elektrostatik</b>	<b>26</b>
3.1	Ideale Leiter im elektrischen Feld . . . . .	26
3.1.1	Randbedingungen für Metalle . . . . .	27
3.1.2	Eindeutigkeit der Lösung . . . . .	29
3.2	Die Methode der Spiegelladungen . . . . .	30
3.2.1	Punktladung in der Nähe einer ebenen Metallplatte . . . . .	30
3.2.2	Punktladung in der Nähe einer leitenden Kugel . . . . .	32
3.2.3	Leitende Kugel im homogenen Feld . . . . .	34
3.3	Die Methode der Greenschen Funktionen . . . . .	36
3.3.1	Dirichlet-Problem . . . . .	38
3.3.2	Neumann-Problem . . . . .	39
3.4	Kapazitäten . . . . .	40
3.4.1	Kugelkondensator . . . . .	41

<b>4</b>	<b>Multipole und spezielle Funktionen</b>	<b>44</b>
4.1	Dipole und Quadrupole . . . . .	45
4.2	Energie und Drehmoment von Multipolen . . . . .	47
4.3	Differentialoperatoren . . . . .	48
4.3.1	Differentialoperatoren in rechtwinkligen Koordinaten . . . . .	50
4.4	Legendre-Polynome und Kugelfunktionen . . . . .	51
4.4.1	Separationsansatz . . . . .	51
4.4.2	Potenzreihen und erzeugende Funktionen . . . . .	60
4.4.3	Helmholtz-Funktionen und zugeordnete Legendre-Polynome . . . . .	62
4.4.4	Punktladung in einem geerdeten „Faradaykäfig“ . . . . .	63
4.5	Zylindersymmetrische Probleme . . . . .	63
4.6	Multipolentwicklung in Kugelkoordinaten . . . . .	65
4.7	Anhang: Vollständige Funktionensysteme . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Elektrisches Feld in Materie</b>	<b>70</b>
5.1	Polarisation und dielektrische Verschiebung . . . . .	70
5.2	Grenzflächen zwischen Dielektrika . . . . .	77
5.2.1	Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld . . . . .	79
5.3	Clausius-Mosottische Formel . . . . .	82
5.4	Feldenergie im Dielektrikum . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Magnetostatik</b>	<b>85</b>
6.1	Strom und Stromdichte . . . . .	85
6.1.1	Stromerhaltung . . . . .	86
6.2	Das magnetische Feld und das Biot-Savart-Gesetz . . . . .	87
6.3	Die Grundgleichungen der Magnetostatik . . . . .	93
6.3.1	Integrale Form der Grundgleichungen . . . . .	94
6.3.2	Das Magnetostatische Potential . . . . .	95
6.3.3	Das magnetische Feld einer langen Spule . . . . .	95
6.4	Induktionskoeffizienten . . . . .	96
6.5	Multipolentwicklung . . . . .	99
6.5.1	Kraft und Drehmoment auf einen Dipol im Magnetfeld . . . . .	101
6.6	Magnetismus in Materie . . . . .	102
6.6.1	Makroskopische Grundgleichungen . . . . .	102
6.6.2	Grenzflächen . . . . .	106
6.6.3	Kugel im homogenen Magnetfeld . . . . .	107

<b>7</b>	<b>Maxwell-Gleichungen</b>	<b>109</b>
7.1	Induktionsgesetz . . . . .	109
7.2	Der Maxwell'sche Verschiebungsstrom . . . . .	113
7.3	Die Maxwell-Gleichungen . . . . .	113
7.3.1	Integralform der Maxwell-Gleichungen . . . . .	115
7.3.2	Elektromagnetische Potentiale . . . . .	117
7.3.3	Eichtransformationen . . . . .	118
7.3.4	Maxwell-Gleichungen im Vakuum . . . . .	120
<b>8</b>	<b>Elektromagnetische Wellen</b>	<b>122</b>
8.1	Vakuumlösungen . . . . .	122
8.2	Ebene Wellen . . . . .	123
8.2.1	Monochromatische ebene Wellen . . . . .	126
8.3	Kugelwellen . . . . .	129
8.4	Bessel-Wellen . . . . .	130
8.5	TE- und TM-Wellen . . . . .	132
8.6	Überlagerung von ebenen Wellen . . . . .	133
8.7	Anhang: Fourier-Reihen und Integrale . . . . .	134
<b>9</b>	<b>Wellen in Medien</b>	<b>137</b>
9.1	Wellen in homogenen Leitern . . . . .	137
9.1.1	Transversal-Schwingungen und Skin-Effekt . . . . .	137
9.1.2	Anwendung: Der Skin-Effekt im zylindrischen Leiter . . . . .	140
9.1.3	Transversal-Schwingungen bei hohen Frequenzen . . . . .	141
9.2	Dispersion in Isolatoren . . . . .	144
9.3	Kausalität und Kramers-Kronig-Relationen . . . . .	147
<b>10</b>	<b>Relativistische Form der Elektrodynamik</b>	<b>151</b>
10.1	Poincare-Transformationen . . . . .	151
10.2	Ströme, Potentiale und Feldstärke . . . . .	155
10.3	Relativistische Form der Maxwell-Gleichungen . . . . .	157
10.3.1	Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung . . . . .	159
10.4	Erhaltungssätze für Energie und Impuls . . . . .	162
<b>11</b>	<b>Relativistische Punktteilchen</b>	<b>168</b>
11.1	Eigenzeit, 4-er Geschwindigkeit und 4-er Impuls . . . . .	168
11.1.1	Ein freies Elektron kann kein Photon absorbieren . . . . .	171
11.2	Relativistische Teilchen in elektromagnetischen Feldern . . . . .	172

---

11.2.1	Starke Felder in der Natur und im Laboratorium . . . . .	172
11.2.2	Relativistische Form der Lorentzschen Bewegungsgleichungen . . . . .	173
11.3	Bewegung im konstanten Feld . . . . .	174
11.4	Relativistische Teilchen in ebenen Wellenfeldern . . . . .	178
11.4.1	Gepulste ebene Wellen . . . . .	180
11.4.2	Teilchen in elliptisch polarisierten harmonischen Wellenfeldern . . . . .	181
<b>12</b>	<b>Erzeugung und Abstrahlung von Wellen</b>	<b>188</b>
12.1	Inhomogene Wellengleichung . . . . .	188
12.2	Strahlungsfeld in der Fernzone . . . . .	193
12.3	Multipolentwicklung . . . . .	196
12.3.1	Elektrisches Dipolfeld . . . . .	196
12.3.2	Magnetisches Dipol- und elektrisches Quadrupolfeld . . . . .	197
12.4	Abgestrahlte Leistung . . . . .	198
12.5	Liénard-Wiechert-Potentiale . . . . .	201
12.5.1	Die Feldstärken . . . . .	203
12.5.2	Gleichförmig bewegte Teilchen . . . . .	204
12.6	Der Hertz'sche Dipol . . . . .	206
12.7	Abstrahlung von bewegten Ladungen . . . . .	206
12.7.1	Nichtrelativistische Teilchen . . . . .	207
12.7.2	Relativistische Teilchen . . . . .	208

# Kapitel 1

## Die Ursprünge der Elektrodynamik

### 1.1 Literaturhinweise

Folgende Bücher können empfohlen werden:

M. BARTELMANN, B. FEUERBACHER, T. KRÜGER, D. LÜST, A. REBHAN UND A. WIPF, *Theoretische Physik*, Springer, Heidelberg 2015.

R. BECKER UND F. SAUTER, *Theorie der Elektrizität 1 und 2*, Teubner, Stuttgart 1973.

J.D. JACKSON, *Klassische Elektrodynamik*, 4. Auflage, de Gruyter, Berlin 2006.

H. MITTER, *Elektrodynamik*, 2. Auflage, B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1990.

F. SCHECK, *Theoretische Physik 3. Klassische Feldtheorie*, Springer, Berlin 2005.

L.D. LANDAU UND E.M. LIFSCHITZ, *Lehrbuch der theoretischen Physik, Band II, Klassische Feldtheorie*, 11. Auflage, Akademie-Verlag, Berlin 1989.

R.P. FEYNMAN, R.B. LEIGHTON UND M. SANDS, *The Feynman Lectures on Physics, Vol. I-III*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading 1971.

W. NOLTING, *Grundkurs Theoretische Physik, Band 3, Elektrodynamik*, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1997.

T. FLIESSBACH, *Elektrodynamik, 4. Auflage*, Spektrum Akademischer Verlag, 2005.

G. LEHNER, *Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker*, Springer Verlag, Berlin 1996.

P. REINEKER, M. SCHULZ UND B.M. SCHULZ, *Theoretische Physik II, Elektrodynamik*, Wiley-VCH, 2006.

**Skripten:** Auch im Internet finden Sie empfehlenswerte Skripten. Guter Anlaufpunkt ist die Seite von Matthias Braun: <http://physik-skripte.de/impressum.html>. Ich finde auch das Skript von H. Roemer und M. Forger, siehe <http://www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/405/>, nützlich. Die Notizen des Kollegen G. Welsch sind ebenfalls empfehlenswert. Aber Skripten können keine Lehrbücher ersetzen.

## 1.2 Geschichtliches

Anfangs waren es vor allem drei verschiedene Phänomene der Elektrodynamik, die dem Menschen auffielen, ohne dass er Zusammenhänge zwischen diesen erahnte. Das Offensichtlichste war das Licht. Die beiden anderen schon im Altertum bekannten Phänomene waren die seltsamen Eigenschaften zweier Mineralien, Bernstein und Magnetit. Elektrizität und Magnetismus rühren von den griechischen Wörtern Bernstein (*ηλεκτρον*) und Magneteisenstein (*ηλιθοζ Μαγνητιζ*) her. Entsprechend entwickelten sich die Untersuchungen parallel zueinander in Theorien des Lichts, der Elektrostatik und der Magnetostatik, bevor man erkannte, dass diese miteinander verknüpft sind.

HERON VON ALEXANDRIEN begründete die Gleichheit von Einfallswinkel und Reflexionswinkel bei einem Spiegel damit, dass das Licht den kürzesten Weg nehme. Dies war im Einklang mit der im Altertum vertretenen Ansicht, dass Naturabläufe einen Endzweck haben sollten. Bereits THALES VON MILET (600 v. Chr.) berichtete, dass geriebener Bernstein (griechisch 'elektron') leichte Körper anzieht. PETRUS PEREGRINUS führte 1269 erste Untersuchungen zu den magnetischen Eigenschaften aus und maß die Kräfte an der Oberfläche eines in Kugelform geschliffenen Magneten mit Hilfe einer kleinen Nadel. Dazu bestimmte er Punkt für Punkt die Einstellrichtung der Nadel – nach heutiger Sprechart hat er die magnetischen Feldlinien ausgemessen. Er fand, dass die Feldlinien ähnlich wie die Meridiane der Kugel verlaufen und sich an zwei gegenüberliegenden Polen treffen. PEREGRINUS Arbeiten wurden kaum beachtet und erst drei Jahrhunderte später von GILBERT (1544-1603) fortgesetzt. GILBERT entwickelte die Theorie des Kompasses und erkannte den Charakter der Kraftwirkung zwischen Magnetpolen. Er bemerkte, dass auch durch Zerbrechen einer Kompassnadel beide Pole nicht voneinander zu trennen sind. Jedes Bruchstück war wieder eine Magnetenadel mit zwei Polen. Er untersuchte elektrische Erscheinungen und stellte fest, dass neben Bernstein auch Stoffe wie Glas, Wachs, Schwefel und einige Edelsteine durch Reibung elektrisiert werden können. Er erkannte einen wesentlichen Charakterunterschied der magnetischen und elektrischen Kräfte: *Magneten rufen eine Drehwirkung hervor, während die elektrische Kraft sich als Anziehungskraft äußert.*

In der Folgezeit wandten sich die Naturwissenschaftler der klassischen Mechanik zu, bei der großartige Fortschritte erzielt wurden. Aus dieser einseitigen Orientierung resultierte ein geringes Interesse an Elektrizität und Magnetismus. Selbst die Reibungselektrisiermaschine von VON GUERICKE (1602-1686) geriet zwei Generationen nahezu in Vergessenheit.

In der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts, besonders nach der Erfindung der *Leidener Flasche*, nahm das Interesse an der Elektrizität merklich zu. Zuerst beschränkten sich die Wissenschaftler auf qualitative Untersuchungen zur Elektrostatik. GRAY (1666-1736) gelang es, den elektrischen Zustand einige hundert Meter weit zu leiten. DUFAY (1698-1739) unterschied erstmalig zwei Sorten von Elektrizität, die Glaselektrizität (positive Ladung) und die Harzelektrizität (negative Ladung). Die Erfindung der Leidener Flasche<sup>1</sup> durch VON KLEIST (1700-1748) und etwas später VAN MUSSCHENBROEK (1692-1761) gab den Versuchen zur Elektrizität neuen Auftrieb. Als

---

<sup>1</sup>Eine Leidener Flasche ist ein zylindrischer Kondensator aus Glas.

erfolgreichster Forscher dieser Epoche kann FRANKLIN (1706-1790) angesehen werden. Er zeigte, dass die atmosphärische Elektrizität ebenso in der Lage ist, die Leidener Flasche aufzuladen, wie die Reibungselektrizität. Mit Hilfe einer Metallspitze brachte er Ladungen auf Körper und entnahm sie wieder. FRANKLIN glaubte bereits, dass es nur eine Art von Ladung gibt. AEPHUS (1724-1802) erklärte die bekannten elektrischen Erscheinungen durch die Annahme, dass sich die der Elektrizität entblößten Stoffteilchen genauso abstoßen wie die Stoffteilchen, die Elektrizität tragen.

Im letzten Quartal des 18. Jahrhunderts war die Zeit zur Aufstellung quantitativer Gesetzmäßigkeiten heran gereift. NEWTON folgend setzte man dabei die Existenz von *Fernwirkungskräften* zwischen geladenen Körpern voraus und suchte nach deren Gesetzmäßigkeiten. Zu dem gesuchten Gesetz gelangten dann unabhängig voneinander PRIESTLEY (1733-1804), CAVENDISH (1731-1810), ROBISON (1739-1805) und COULOMB (1736-1806). PRIESTLEY formulierte und begründete bereits in seinem 1767 erschienenen Buch das Gesetz. Die Arbeiten von GALVANI (1737-1798) benutzend gelang es VOLTA (1745-1827) zur Jahrhundertwende, Elektrizität chemisch zu erzeugen. Vor seiner Entdeckung kannten die Wissenschaftler im Grunde nur eine Möglichkeit zur Herstellung von Elektrizität: Sie mussten Bernstein, Glas oder Metall reiben. Die Metallscheibenapparate<sup>2</sup> von VOLTA waren leicht herzustellen. Deshalb wurden mit seinen *Batterien* schon bald in ganz Europa elektrische Experimente angestellt. OHM (1789-1854) stellte in zwei Abhandlungen aus den Jahren 1826 und 1827 den linearen Zusammenhang zwischen Stromstärke und „eingepprägter Kraft“ oder elektromotorischer Kraft her. Das einfache *Ohmsche Gesetz* erweiterte dann KIRCHHOFF (1824-1887) auf kompliziertere Netzwerke.

Nach VOLTAS Entdeckung konnten die Experimentatoren konstante Ströme mit ausreichender Stärke erzeugen, um Leiter zum Glühen zu bringen und elektrochemische Versuche auszuführen. Trotzdem bemerkte OERSTED (1777-1851) erst 1820, dass ein elektrischer Strom eine Kompassnadel ablenkt. Noch im selben Jahr gaben BIOT (1774-1862) und SAVART (1791-1841) eine quantitative Beschreibung für die magnetische Wirkung, die von einem durch einen Leiter fließenden Strom in einem beliebigen Raumpunkt erzeugt wird. LAPLACE (1749-1827) unterstützte sie bei der genauen Formulierung des Gesetzes. Ebenfalls im Jahr 1820 untersuchte AMPERE (1775-1836) die Wechselwirkung von Strömen experimentell. Auf ihn geht auch eine mikroskopische Deutung der magnetischen Eigenschaften der Stoffe zurück.

FARADAY<sup>3</sup> (1791-1867), nicht zu Unrecht als bedeutendster Experimentalphysiker angesehen, las von OERSTEDS Experiment und stellte sich die scheinbar einfache Frage: Wenn elektrischer Strom Magnetismus erzeugen kann, ist es dann vielleicht nicht umgekehrt genauso? Kann ein Magnet vielleicht elektrischen Strom erzeugen? 1831 zeigte er dann, dass ein bewegter Magnet in einem Draht elektrischen Strom erzeugen kann. Er gab für diese *Induktion* auch eine quantitative Formulierung an, die durch die Verwendung des *Kraftlinienbegriffs* anschaulich wurde. FARADAY erkannte, dass sich in der Umgebung von stromdurchflossenen Leitern ein magnetisches Feld mit

---

<sup>2</sup>Scheiben aus Kupfer und Zinn, getrennt durch Pappscheiben, zu einem hohen Stapel übereinandergelegt und in einer Glasröhre mit Salzwasser übergossen.

<sup>3</sup>Er wurde am 22.9.1791 in Newington Butts in Surrey, am Rande von London, als Sohn eines Hufschmieds geboren.

entsprechenden Kraftlinien herausbildet. Diese Vorstellung bedeutete eine Loslösung von der damals gängigen Fernwirkungstheorie. Das Induktionsgesetz liefert die theoretischen Grundlagen für das Funktionieren von Generatoren, Transformatoren und anderer Maschinen.

Im Gegensatz zu den meisten führenden Physikern seiner Zeit machte sich MAXWELL (1831-1879) das Kraftlinienbild von FARADAY zu Eigen. Er wollte dessen Ideen in eine mathematische Form kleiden. Auf diese Weise gelang es ihm, einen engen Zusammenhang zwischen der räumlichen Änderung des Magnetfeldes und dem elektrischen Strom herzustellen. Der wesentliche Schritt vorwärts im Vergleich zu den Gesetzen von OERSTED, AMPERE und FARADAY ist in der folgenden Figur gezeigt.

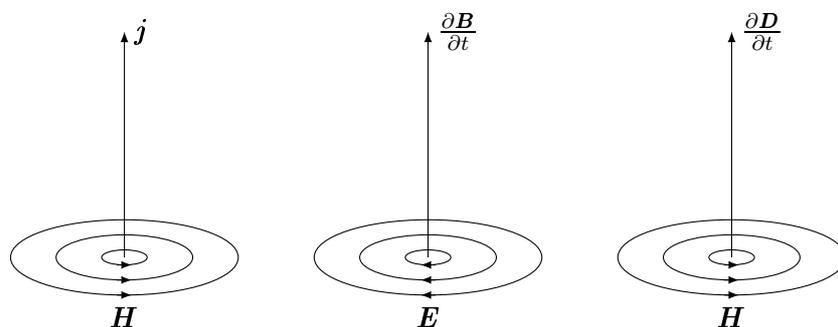


Abbildung 1.1: *Faradays Induktion und Maxwells Verschiebungsstrom.*

- Ein elektrischer Strom erzeugt ein Magnetfeld.
- Jede zeitliche Änderung des Magnetfeldes erzeugt ein elektrisches Feld (Induktion).
- Jedes sich zeitlich ändernde elektrische Feld (Verschiebung) erzeugt ein Magnetfeld.

Die letzten beiden Aussagen bedeuten, dass sich elektrische und magnetische Felder wechselseitig hervorbringen können. Ein elektrisches Feld entsteht, wo ein magnetisches Feld sich zeitlich ändert, und ein Magnetfeld wird erzeugt, wo ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld vorhanden ist. Aus diesem Wechselspiel ergeben sich gerade die elektromagnetischen Wellen. In der im Jahr 1873 erschienenen Treatise ist diese Wellentheorie, die eine Vereinheitlichung von Optik und Elektrodynamik erlaubte, enthalten. Die Treatise enthält das gesamte Maxwellsche Gleichungssystem, die Grundgleichungen dieser Vorlesung. Ich möchte an dieser Stelle MAXWELL zitieren:

„FARADAY sah im Geiste die den ganzen Raum durchdringenden Kraftlinien, wo die Mathematiker<sup>4</sup> Anziehungszentren von Fernkräften sahen; FARADAY sah ein Zwischenmittel, wo sie nichts als Abstände sahen; FARADAY suchte nach dem Sitz der Erscheinungen, die in diesem Mittel wirklich vorgingen, jene begnügten sich, das

<sup>4</sup>Carl Friedrich Gauß (1777-1855), Wilhelm Weber (1804-1891), Georg Riemann (1826-1866), Franz Neumann (1798-1895), der das elektrische Potential  $A$  einführte, und sein Sohn Carl Neumann (1832-1925).

Potenzgesetz der Kräfte zu finden, die auf die elektrischen Flüssigkeiten wirkten. Als ich die Faradayschen Ideen, wie ich sie verstand, in eine mathematische Form übersetzte, fand ich, dass beide Methoden im Allgemeinen zu denselben Resultaten führten, dass aber manche von den Mathematikern entdeckten Methoden viel besser in Faradayscher Weise ausgedrückt werden können.“

Maxwells Gleichungen enthalten die Potentiale  $\varphi$  und  $\mathbf{A}$ , wobei er die Eichung verwendete, die wir heute COULOMB-Eichung nennen. Den kompletten Satz der Gleichungen der Elektrodynamik stellte er 1864 in seiner Arbeit *On a Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* vor.

Als MAXWELL 1879 im Alter von nur achtundvierzig Jahren starb, gab es noch keine Instrumente, um die elektromagnetischen Wellen aufzufangen. Dies gelang 1885 HERTZ (1857-1894). Er arbeitete mit zwei einige Meter voneinander entfernt liegenden Leitungen, wobei jede Leitung durch einen kleinen Zwischenraum unterbrochen war. Als HERTZ durch die eine Leitung einen starken Stromstoß jagte, flog ein Funke von der einen Leitungshälfte zur anderen. Im selben Moment konnte HERTZ in der zweiten Leitung einen Funken beobachten. Er hatte die Radiowellen entdeckt. Er wies die Wesensgleichheit der elektromagnetischen Wellen mit den Lichtwellen nach und zeigte, dass die Maxwellsche Theorie richtig ist. Sein Buch „Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper“ verhalf der Maxwellschen Theorie auf dem europäischen Kontinent zum Durchbruch.

1867 veröffentlichte LUDVIG VALENTIN LORENZ seine Theorie des Elektromagnetismus, die den Verschiebungsstrom und die retardierten Potentiale enthielt, und zwar in der nach ihm benannten Eichung. Die Arbeit fußte auf der Potentialtheorie von FRANZ NEUMANN. Auch RIEMANN fand 1858 die retardierten Potentiale, doch wurde seine Arbeit erst 1867 zusammen mit der LORENZschen Arbeit veröffentlicht. Im Jahr 1892 präsentierte HENDRIK LORENTZ das nach ihm benannte Kraftgesetz und kombinierte es mit den Maxwellschen Gleichungen. In seiner *Elektronentheorie* aus dem Jahr 1895 wurden die Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  als elementare Felder eingeführt und er stellte darin klar, dass die beiden anderen Felder  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{H}$  nur durch Polarisierung und Magnetisierung entstehen. ALFRED LIENARD und EMIL WIECHERT gaben dann 1898 und 1900 die Potentiale einer beliebig bewegten Punktladung an.

Nach Vorarbeiten von VOIGT und LARMOR gab LORENTZ 1899 die nach ihm benannte Transformation mit einem unbestimmten Skalenfaktor an. 1904 fand LORENTZ, dass die MAXWELL-Gleichungen ohne Ladungen und Ströme invariant unter Lorentz-Transformationen sind. Ein Jahr später bemerkte POINCARÉ, dass man die Ladungs- und Stromdichten so transformieren kann, dass der volle Satz der MAXWELL-Gleichungen invariant unter Lorentz-Transformationen ist. ALBERT EINSTEIN formulierte 1905 in Unkenntnis der Arbeit von LORENTZ und gleichzeitig mit der Arbeit von POINCARÉ die spezielle Relativitätstheorie auf allgemeine und vollständige Weise. Er bemerkte, dass die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen eine physikalische Realität ist, die nicht nur die Elektrodynamik, sondern die gesamte Physik einschließlich der Mechanik beherrscht. Eine elegante Formulierung der Maxwellschen Elektrodynamik und relativistischen Physik in der vierdimensionalen Raum-Zeit entwickelte MINKOWSKI im Jahr 1908.

Ich skizzierte hier einige wichtige Beiträge zum Verständnis der elektromagnetischen Erscheinungen. Wichtige Ergebnisse von vielen herausragenden Forschern blieben dabei unerwähnt. Wer die Geschichte genauer studieren will, den verweise ich auf

SIR EDMUND WHITTAKER, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, London 1953.

EMILIO SEGRE, *Die großen Physiker und ihre Entdeckungen*, Teil 1, Piper, 1998.

K. SIMONYI, *Kulturgeschichte der Physik*, Harri Deutsch, 1995.

R.A.R. TRICKER, *Die Beiträge von Faraday und Maxwell zur Elektrodynamik*, Vieweg, 1974.

### 1.3 Einleitung

In der klassischen Mechanik stehen die Bahnkurven  $\mathbf{r}(t)$  von Punktteilchen und ihre Bewegungsgleichungen im Vordergrund. In der Elektrodynamik (ED) sind Felder die grundlegenden Größen. Das elektrische Feld  $\mathbf{E}(t, \mathbf{r})$  und das magnetische Feld  $\mathbf{B}(t, \mathbf{r})$  werden durch die Kraft  $\mathbf{F}$  definiert, die sie auf ein Punktteilchen<sup>5</sup> mit elektrischer Ladung  $q$  am Ort  $\mathbf{r}$  mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  ausüben:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}(t, \mathbf{r}).$$

Zu einer beliebigen Zeit erfüllen die elektromagnetischen Felder die Gleichungen

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \quad \text{und} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.1)$$

Die Ladungsdichte  $\rho(t, \mathbf{r})$  ist die Quelle für das elektrische Feld. Die Bewegungsgleichungen für die Felder,

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad \text{und} \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad (1.2)$$

bestimmen deren zeitliche Änderung. Hier ist  $\mathbf{j}(t, \mathbf{r})$  die elektrische Stromdichte. Die Grundgleichungen (1.1) und (1.2) sind die im Zentrum dieser Vorlesung stehenden *Maxwell-Gleichungen*. Es sind partielle Differentialgleichungen, die das raumzeitliche Verhalten des elektromagnetischen Feldes ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ) bestimmen.

Diese Gleichungen sind nicht ableitbar. Deshalb möchte ich in dieser Vorlesung induktiv vorgehen. Wir werden sehen, dass die Phänomene der Elektrostatik und Magnetostatik durch die Maxwell-Gleichungen für zeitunabhängige Felder,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0} \rho, & \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j}, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

<sup>5</sup>Nach heutigem Kenntnisstand können in der klassischen Physik Elektronen als Punktteilchen behandelt werden.

richtig beschrieben werden. Im statischen Grenzfall zerfallen die Maxwell-Gleichungen in zwei unabhängige Gleichungspaare. Die ersten beiden Gleichungen sind die Feldgleichungen der *Elektrostatik*, die letzten beiden diejenigen der *Magnetostatik*.

Gegen Ende dieser Vorlesung werden wir sehen, dass  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  die Komponenten des elektromagnetischen Feldstärketensors  $F_{\mu\nu}$  sind. Daraus ergibt sich, dass das elektrische und das magnetische Feld ineinander transformieren, wenn wir unser Bezugssystem wechseln. Die Aufspaltung des elektromagnetischen Feldes in den elektrischen und den magnetischen Anteil ist vom Beobachter abhängig, der diese Aufspaltung vornimmt.

Nach den statischen Situationen werden wir *zeitabhängige Prozesse* studieren. Für zeitabhängige Felder sind  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  gekoppelt. Dies wird uns auf das Faradaysche Induktionsgesetz und den Maxwell'schen Verschiebungsstrom führen. Am Ende des entsprechenden Abschnitts werden wir bei den *Maxwellschen Gleichungen* angelangt sein. Danach werden wir zuerst die grundlegenden Eigenschaften der Lösungen untersuchen. Hier werden wir die Energie und den Impuls des elektromagnetischen Feldes einführen und studieren sowie die allgemeine Lösung der Maxwell-Gleichungen für lokalisierte Ladungs- und Stromdichten konstruieren. Im folgenden Teil werden spezielle, aber wichtige Lösungen der Feldgleichungen behandelt. Dies sind die *elektromagnetischen Wellenlösungen*. Je nach Wellenlänge sprechen wir von Gamma-Strahlung, Röntgenstrahlung, ultraviolettem, sichtbarem oder infrarotem Licht, Mikrowellen oder Radiowellen. Wir werden die aus der Optik wohl-bekanntesten Wellenphänomene wie Streuung und Beugung von elektromagnetischen Wellen behandeln. Danach werden wir die Dipolstrahlung und etwas allgemeiner die Abstrahlung von beschleunigten Ladungen<sup>6</sup> untersuchen.

Ein wichtiger Bestandteil dieser Vorlesung wird die Elektrodynamik in Medien sein. Durch geeignete Mittelungen über mikroskopische Freiheitsgrade werden wir die makroskopischen Maxwell-Gleichungen aus den mikroskopischen ableiten. Hier werden die dielektrische Funktion und die Permeabilitätskonstante auftreten.

Gegen Ende des Semesters werden wir die Invarianzeigenschaften der Maxwell-Gleichungen untersuchen. Dies führt uns auf die *Lorentz-Transformationen* und das Transformationsverhalten des elektromagnetischen Feldes beim Übergang in ein anderes Inertialsystem. Wir werden die kovarianten Maxwell-Gleichungen aufstellen, die an Eleganz kaum noch zu überbieten sind.

Die klassische Elektrodynamik und die Quantenelektrodynamik gehören zu den erfolgreichsten physikalischen Theorien, die wir kennen. Die der modernen Teilchenphysik zugrunde liegenden Feldtheorien, die sogenannten nicht-Abelschen Eichtheorien, sind natürliche Verallgemeinerungen der Theorie des Elektromagnetismus.

---

<sup>6</sup>und die damit zusammenhängenden Probleme.