

## 5. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE MECHANIK

Moodle-Abgabe der Wertungsaufgaben bis Mittwoch der 6. Semesterwoche um 19:00 Uhr

**Aufgabe 9:**

(8 Punkte)

Ein Koordinatensystem sei so gewählt, dass sich die Erde mit Masse  $M_1$  am Ort  $\mathbf{r}_1 = (0, 0, 0.9d)$  und der Mond mit Masse  $M_2$  am Ort  $\mathbf{r}_2 = (0, 0, -0.1d)$  befindet; dabei sei  $d$  der Abstand zwischen Erde und Mond. Die von den Massen  $M_i$  auf eine Probemasse  $m$  am Ort  $\mathbf{r}$  wirkenden Gravitationskräfte sind durch  $\mathbf{K}_i = -\gamma m M_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$  gegeben.

- (a) Zeigen Sie, dass bei einem Verhältnis  $M_1 : M_2 = 81 : 1$  das Koordinatensystem gerade so gewählt wurde, dass sein Ursprung im sogenannten abarischen, d.h. schwerelosen Punkt liegt. Eine Entwicklung des Kraftfelds um den Ursprung ergibt in linearer Ordnung  $\mathbf{K} = A(-x, -y, 2z)$ . Bestimmen Sie die Konstante  $A$ .
- (b) Ist das Kraftfeld  $\mathbf{K} = A(-x, -y, 2z)$  konservativ? Berechnen Sie das zugehörige Potential  $V$ , und diskutieren Sie die Äquipotentialflächen  $V(\mathbf{r}) = \text{const.}$ ; skizzieren Sie diese Äquipotentialflächen beispielhaft in der  $(x, z)$ -Ebene. Ist der abarische Punkt stabil?

(Aufgabenteil (b) kann unabhängig von (a) gelöst werden.)

**Aufgabe 10:**

(12 Punkte)

Ein Teilchen sei anfangs in Ruhe und falle dann aus großer Höhe zur Erde. Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand und zeigen Sie, dass das Teilchen etwa  $9/11$  der gesamten Fallzeit braucht, um die erste Hälfte der Fallstrecke zurückzulegen.

**Präsenzaufgabe P5:**

Die von einer kugelsymmetrischen Masseverteilung ausgehende Gravitationskraft wirkt genauso, als befände sich die gesamte Masse im Mittelpunkt der Kugel.

- (a) Zeigen Sie, dass dies für die sogenannte Yukawa-Kraft mit einer Abstandsabhängigkeit charakterisiert durch eine Potenzialfunktion der Form

$$V(r) = g \frac{e^{-\mu r}}{r}, \quad \mu = \text{const.} > 0,$$

immer noch richtig ist, allerdings mit einer effektiven Masse  $M_{\text{eff}}$ , die sich von der Gesamtmasse  $M$  der Kugel unterscheidet. Geben Sie diese effektive Masse an. (In der hier verwendeten Notation lautet das Gravitationspotenzial einer Punktmasse  $M$ :  $\Phi(r) = -MV(r)$  mit  $V(r) = \frac{G}{r}$  für die Newtonsche Gravitation.)

- (b) Für die Gravitation gilt ebenfalls, dass das Innere einer hohlen Kugelschale (mit kugelsymmetrischer Massenverteilung) kräftefrei ist. Zeigen Sie, dass dies für die Yukawa-Kraft mit  $\mu \neq 0$  nicht mehr der Fall ist, sondern dass eine Kraft auf ein Probeteilchen im Kugellinnern ausgeübt wird, die vom Abstand vom Zentrum abhängt.